

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 258

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

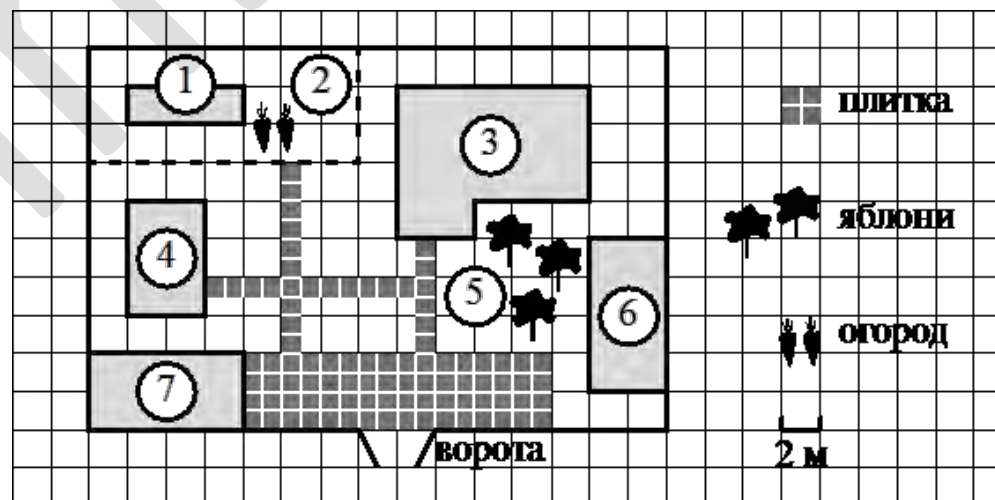
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева — гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м. Рядом находится сарай. Жилой дом находится в глубине территории. Перед жилым домом имеются яблоневые посадки. Теплица построена на территории огорода, который огород отмечен цифрой 2.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная плиткой такого же размера, но другой фактуры и цвета. К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов и других разделительных символов.

Объекты	Жилой дом	Сарай	Баня	Теплица
Числа				

Ответ: _____.

2. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь открытого грунта огорода (вне теплицы). Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Ответ: _____.

5. Хозяин участка планирует устроить в жилом доме зимнее отопление, рассматривая два варианта: электрическое или газовое. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Газовое отопление	Электрическое отопление
Стоимость нагревателя (котла) (руб.)	24 000	20 000
Стоимость монтажа (руб.)	18 280	15 000
Средний расход газа (м ³ /ч)	1,2	–
Средняя потребляемая мощность (кВт)	–	5,6
Стоимость газа (руб./м ³)	5,6	–
Стоимость электроэнергии (руб./((кВт·ч)))	–	3,8

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое отопление. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости покупки и установки газового и электрического оборудования?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $2 - \frac{3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 \cdot 4\frac{1}{2}}{\frac{62}{75} - 0,16}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. При этом $a + b + c = 3$.

Найдите наименьшее значение выражения $\frac{a^3}{b\sqrt{a^3+8}} + \frac{b^3}{c\sqrt{b^3+8}} + \frac{c^3}{a\sqrt{c^3+8}}$.

1) $\frac{1}{3}$

2) $\frac{1}{2}$

3) $\frac{2}{3}$

4) 1

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{(x^2 - 2xy + y^2)^3}{(x^2 + xy)^3} \cdot \frac{(x^2(x+y))^3}{((y-x)^3)^2}$ при $x = -6$ и $y = 7 + \sqrt{5}$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение в действительных числах $\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{x+1} - \sqrt[4]{2x+1} = 0$. Если

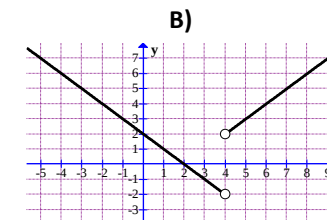
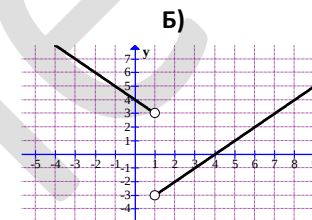
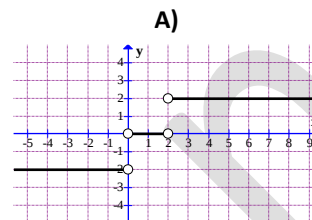
корней несколько, в ответе запишите их сумму.

Ответ: _____.

10. В Анчурии проходит чемпионат по шашкам в несколько туров. Дни и города проведения туров определяются жеребьёвкой. По правилам чемпионата никакие два тура не могут пройти в одном городе, и никакие два тура не могут пройти в один день. Среди болельщиков устраивается лотерея: главный приз получает тот, кто до начала чемпионата правильно угадает, в каких городах и в какие дни пройдут все туры. Если никто не угадает, то главный приз перейдёт в распоряжение оргкомитета чемпионата. Всего в Анчурии восемь городов, а на чемпионат отведено всего восемь дней. Сколько туров должно быть в чемпионате, чтобы оргкомитет с наибольшей вероятностью получил главный приз?

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других разделительных символов.



1) $y = \frac{|x|}{x} + \frac{|x-2|}{x-2}$

2) $y = \frac{x^2 - 6x + 8}{|x-4|}$

3) $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{|x-1|}$

Ответ: _____.

12. Среднее квадратическое чисел a, b, c вычисляется по формуле

$$q = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}}.$$

Найдите среднее квадратичное число 3, $3\sqrt{2}$, 9.

Ответ: _____.

13. Укажите решение системы неравенств в действительных числах $\begin{cases} |x^2 - 3x| < 2 \\ \frac{11 - \sqrt{25 - x^2}}{x} \leq 2 \end{cases}$.

1) нет решений

2) $\left(2; \frac{3 + \sqrt{17}}{2}\right)$

3) $\left(\frac{3 - \sqrt{17}}{2}; 0\right) \cup [4; 4.8]$

4) $\left(\frac{3 - \sqrt{17}}{2}; 0\right)$

Ответ: _____.

14. Найдите медиану набора длин: 2 м 30 см, 250 мм, 0,02 км, 0,002 км, 2700 см, 2800 мм, 240 см. Ответ дайте в дм.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Точки P и Q – середины оснований AD и BC трапеции $ABCD$ соответственно.

Оказалось, что $AB = BC$, а точка P лежит на биссектрисе внутреннего угла B . Найдите BD , если $PQ = 45$.

Ответ: _____.

16. Трапеция $ABCD$ с основаниями $BC = 14$ и $AD = 15$ вписана в окружность. Синус внутреннего угла D трапеции равен $\frac{2}{\sqrt{5}}$. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

Ответ: _____.

17. Вершины параллелограмма $A_1B_1C_1D_1$ лежат на сторонах параллелограмма $ABCD$ (точка A_1 лежит на стороне AB , точка B_1 лежит на стороне BC , точка C_1 лежит на стороне CD , точка D_1 лежит на стороне AD). Известно, что $AB = 4$, $BC = 6$, угол BAC равен 30° . Найдите расстояние между центрами параллелограммов $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$.

Ответ: _____.

18. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ точка E – середина CD , F – середина AD , K – точка пересечения AC и BE . Найдите площадь треугольника BKF , если площадь треугольника ABC равна 12.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

- 1) Биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.
- 2) Если середины сторон трапеции являются вершинами ромба, то такая трапеция является равнобедренной.
- 3) Прямая, проходящая через основания высот любого остроугольного треугольника, отсекает от этого треугольника ему подобный треугольник.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите уравнение в целых числах $x(x+1) + 62 = y^2$. В ответе укажите количество решений уравнения.

21. В классе 16 учеников. Каждый месяц учитель делит класс на две группы. Какое наименьшее количество месяцев должно пройти, чтобы каждые два ученика в какой-то из месяцев оказались в разных группах?

22. Постройте множество точек плоскости Ω , заданное уравнением $x^2 + y^2 = 2x + 2y$. Найдите все значения a , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением $x^2 + y^2 = 2(a + 1)x + 2(1 - a)y - 2a^2$, имеет с множеством точек плоскости Ω ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

23. Прямая, параллельная основаниям данной прямоугольной трапеции, пересекает её на две трапеции, в каждую из которых можно вписать окружность. Найдите меньшее основание исходной трапеции, если её боковые стороны равны 5 и 9.

24. В треугольнике ABC $\angle A = \angle C = 36^\circ$. Докажите, что биссектриса BD в два раза короче биссектрисы AE .

25. Точки A_1, B_1, C_1 – середины сторон BC, AC, AB треугольника ABC соответственно, а BH – его высота. Описанные около треугольников AHC_1 и CHA_1 окружности пересекаются в точке M , отличной от точки H . Найдите градусную меру угла ABM , если угол CBB_1 равен 48° .