

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 104****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

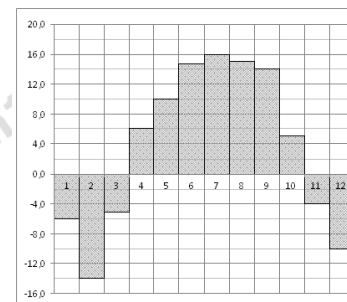
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

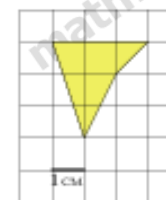
Часть 1

1. В квартире, где проживает Алексей, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 сентября счётчик показывал расход 103 куб.м воды, а 1 октября — 114 куб.м. Какую сумму должен заплатить Алексей за холодную воду за сентябрь, если цена 1 куб.м холодной воды составляет 19 руб. 20 коп.? Ответ дайте в рублях.

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой в 1994 году.



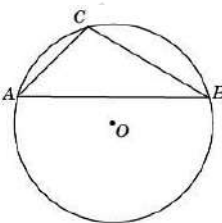
3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



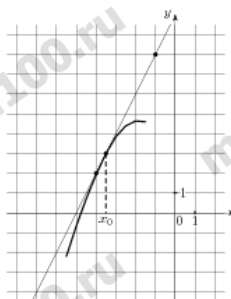
4. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

5. Решите уравнение $3^{\sqrt{x-3}} = \log_3 27$.

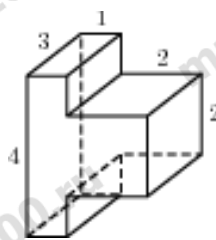
6. Хорда AB делит окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $5:7$. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0



8. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\frac{7 \operatorname{tg}(630^\circ + \alpha) \cdot \cos(270^\circ - \alpha)}{2 \cos(\alpha - 810^\circ) \cdot \operatorname{tg}(\alpha - 990^\circ)}$$

10. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$, где $\mathcal{E}$ — ЭДС источника (в вольтах), $r = 1$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$? (Ответ выразите в Омах.)

11. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = (x - 9)e^{10-x}$ на отрезке $[-11; 11]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\log_3(\sin 2x + \cos(\pi - x) + 9) = 2$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14. Дана четырёхугольная пирамида $SABCD$, основание которой — параллелограмм $ABCD$. Точка K — середина медианы SM грани CSD , N — середина ребра AB .

а) Постройте точку пересечения прямой KN с плоскостью ASC .

б) Найдите угол между прямой KN и плоскостью ASC , если пирамида правильная, а её боковые грани образуют с плоскостью основания углы, равные 60° .

15. Решите неравенство:

$$\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right).$$

16. Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров.

а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах трёх окружностей равен диаметру наибольшей из этих окружностей.

б) Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 4 и 1.

17. 15 января планируется взять кредит в банке на 1 млн рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} |x| + 2a \leq 4, \\ \sqrt{|x-1|} \leq a \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за проигрыш — 0 очков. В турнире принимают участие m мальчиков и d девочек, причём каждый играет с каждым дважды.

а) Каково наибольшее количество очков, которое в сумме могли набрать девочки, если $m = 2$, $d = 2$?

б) Какова сумма набранных всеми участниками очков, если $m + d = 10$?

в) Каковы все возможные значения d , если известно, что в сумме мальчики набрали ровно в 3 раза больше очков, чем девочки?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 104

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	