

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ****Тренировочный вариант № 102****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!****Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

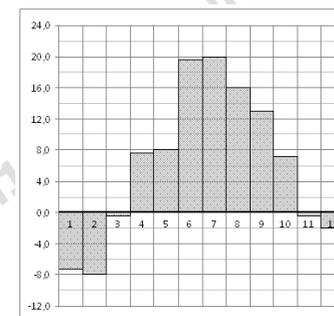
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

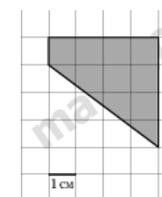
**Часть 1**

1. На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и попросил залить бензин до полного бака. Цена бензина 31 руб. 20 коп. Сдачи клиент получил 1 руб. 60 коп. Сколько литров бензина было залито в бак?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.



3. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



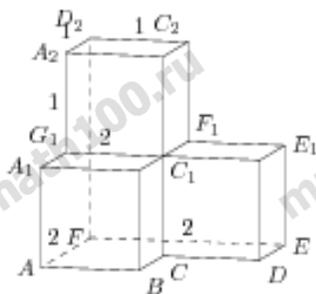
4. При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

5. Решите уравнение  $\frac{x^2 - 3x}{x - 5} = \frac{x + 5}{x - 5}$ . Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите их сумму.

6. Меньшее основание равнобедренной трапеции равно 23. Высота трапеции равна 39. Тангенс острого угла равен  $\frac{13}{8}$ . Найдите большее основание.

7. Прямая  $y = 8x + 2$  является касательной к графику функции  $y = ax^2 + 18$ . Найдите  $a$ .

8. Найдите угол  $D_2EF$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.



### Часть 2

9. Найдите значение выражения  $21^{0,6} \cdot 7^{1,4} : 3^{-0,4}$

10. Если достаточно быстро вращать ведро с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведра сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней,

где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведра в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

11. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

12. Найдите точку максимума функции  $y = \sqrt{4 - 4x - x^2}$ .

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sqrt{1 - \sin^2 x} = \operatorname{tg}^2 x + \cos x + 2$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ -\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$ .

**14.** Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ,  $BC = 1$ ,  $AA_1 = 2$ . Точки  $K$  и  $M$  принадлежат рёбрам  $DD_1$  и  $BC$  соответственно, причём  $DK : KD_1 = 1 : 7$ ,  $BM = MC$ .

- Докажите, что прямыми  $BK$  и  $B_1M$  перпендикулярны.
- Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью проходящей через прямую  $BK$  перпендикулярно прямой  $B_1M$ , если известно, что треугольник  $KAB$  равнобедренный.

**15.** Решите неравенство:

$$||x - 3| + 1| - 2| < 1.$$

**16.** Точки  $E$  и  $K$  — соответственно середины сторон  $CD$  и  $AD$  квадрата  $ABCD$ . Прямая  $BE$  пересекается с прямой  $CK$  в точке  $O$ .

- Докажите, что вокруг четырёхугольника  $ABOK$  можно описать окружность.
- Найдите  $AO$ , если сторона квадрата равна 1.

**17.** 31 декабря 2014 года Савелий взял в банке 7 378 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на 12,5%), затем Савелий переводит в банк платёж. Весь долг Савелий выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$x^2 + (a - 4)x + a^2 - 2a - 8 < 0$$

будет выполняться для любого значения  $x$ , принадлежащего интервалу  $(0; 4)$ .

**19.** Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  $\frac{4}{13}$  от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более  $\frac{2}{5}$  от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

- Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
- Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
- Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а) и б)?

## ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 102

<b>1</b>	32
<b>2</b>	5
<b>3</b>	10
<b>4</b>	0,035
<b>5</b>	- 1
<b>6</b>	71
<b>7</b>	1
<b>8</b>	45
<b>9</b>	147
<b>10</b>	2
<b>11</b>	10
<b>12</b>	- 2

<b>13</b>	а) $\pi + 2\pi k; k \in Z;$ б) $-\pi; \pi.$
<b>14</b>	$\frac{17}{16}.$
<b>15</b>	$(1; 3) \cup (3; 5).$
<b>16</b>	1.
<b>17</b>	506 250.
<b>18</b>	$[-2; 2].$
<b>19</b>	а) да; б) 10; в) $\frac{9}{19}$