

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 99****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

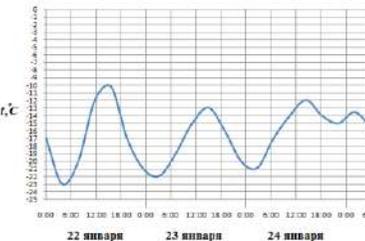
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

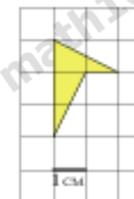
Часть 1

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3300 рублей. До установки счётчиков Александр платил за воду (холодную и горячую) ежемесячно 800 рублей. После установки счётчиков оказалось, что в среднем за месяц он расходует воды на 300 рублей при тех же тарифах на воду. За какое наименьшее количество месяцев при тех же тарифах на воду установка счётчиков окупится?

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 24 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков делится на 5, но не делится на 30.

5. Решите уравнение $\sqrt{2\log_4^2 x + \log_4 x} = 1$. В ответе напишите сумму корней уравнения.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 7$, $\operatorname{tg} A = \frac{4\sqrt{33}}{33}$. Найдите BH .

7. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



8. Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объем отсеченной треугольной призмы равен 5. Найдите объем исходной призмы.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $(\sin 75^\circ - \cos 75^\circ)^2$

10. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах),

$r = 1$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в Омах.)

11. Плиточник должен уложить 175 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 10 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 18x - \ln(18x) - 11$ на отрезке $\left[\frac{1}{36}; \frac{5}{36}\right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$5^{2\sin 2x} = \left(\frac{1}{25}\right)^{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Грань ACC_1A_1 является квадратом.

- а) Докажите, что прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.
 б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 4$, $BC = 7$.

15. Решите неравенство:

$$\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}.$$

16. Точка пересечения биссектрис углов при большем основании трапеции лежит на меньшем основании.

- а) Докажите, что меньшее основание равно сумме боковых сторон.
 б) Найдите углы трапеции, если отношение оснований трапеции равно $3 : 2$, а отношение боковых сторон равно $5 : 3$.

17. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей (где S — натуральное число) сроком на 3 года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в тыс. рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет составлять **целое** число тысяч рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\cos \sqrt{2\pi a x - 4x^2} + \cos 2\sqrt{2\pi a x - 4x^2} = 0$$

имеет ровно 2 различных решения.

19. В нескольких одинаковых бочках налито некоторое количество литров воды (необязательно одинаковое). За один раз можно перелить любое количество воды из одной бочки в другую.

- а) Пусть есть четыре бочки, в которых 29, 32, 40, 91 литров. Можно ли не более чем за четыре переливания урвать количество воды в бочках?
 б) Пусть есть семь бочек. Всегда ли можно урвать количество воды во всех бочках не более чем за пять переливаний?
 в) За какое наименьшее количество переливаний можно заведомо урвать количество воды в 26 бочках?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 99

1	7
2	9
3	2
4	0,25
5	2,25
6	4
7	4
8	20
9	0,5
10	4
11	25
12	- 10

13	а) $\pi k; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $2\pi; \frac{8\pi}{3}; 3\pi.$
14	$\frac{14\sqrt{2}}{9}.$
15	$[0; 2) \cup (2; 5).$
16	$90^\circ; 90^\circ; \arcsin \frac{3}{5}; 180^\circ - \arcsin \frac{3}{5}.$
17	200.
18	$\left(-2; -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; 2\right).$
19	а) да; б) нет; в) 25.