

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 96****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

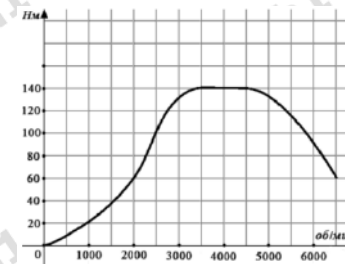
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

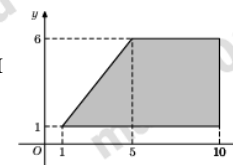
Часть 1

1. Тетрадь стоит 16 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 60 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 15% от стоимости всей покупки?

2. На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в Н · м. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее 60 Н · м. Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



3. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (1;1), (10;1), (10;6), (5;6).

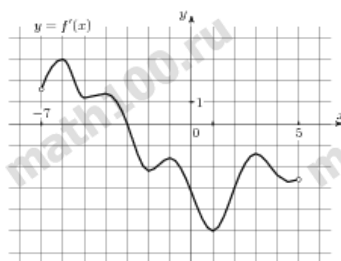


4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

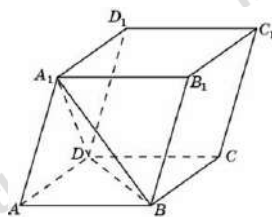
5. Найдите корень уравнения $3^{\log_9(5x-5)} = 5$.

6. В треугольнике ABC CH — высота, AD — биссектриса, O — точка пересечения CH и AD , угол BAD равен 26° . Найдите угол AOC . Ответ дайте в градусах.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-6; 4]$.



8. Найдите объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если объем треугольной пирамиды $ABDA_1$ равен 3.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{29\pi}{3} - 6 \cos \frac{34\pi}{3}$

10. Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$, $b = 1$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

11. Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

12. Найдите точку минимума функции $y = (4x^2 - 16x + 16)e^{x-9}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2\log_3^2(2\cos x) - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14. Дана пирамида $PABCD$, в основании — трапеция $ABCD$ с большим основанием AD . Известно, что сумма углов BAD и ADC равна 90 градусов, а плоскости PAB и PCD перпендикулярны основанию, прямые AB и CD пересекаются в точке K .

а) Доказать, что плоскость PAB перпендикулярна плоскости PCD .

б) Найдите объём $PKBC$, если $AB = BC = CD = 2$, а $PK = 12$.

15. Решите неравенство:

$$\log_{6-8x^2}(36-64x^4) \leq 2 + \frac{1}{\log_2(6-8x^2)}.$$

16. Сторона AC треугольника ABC больше стороны AB . Вписанная в треугольник окружность касается стороны BC в точке M , а внеписанная — в точке N .

а) Докажите, что $MN = AC - AB$.

б) Найдите расстояние между центрами окружностей, если сумма их радиусов равна 24 , а $MN = 10$.

17. Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн. рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. Цена продукции в

первый год 10 тыс. рублей, а каждый следующий год увеличивается на 1 тыс. рублей. Через сколько лет окупится строительство завода?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$(x - 3a)(x + 2a + 1) < 0$$

выполняется при всех $x \in [1; 3]$.

19. Каждое из чисел $a_1, a_2, \dots, a_{350}$ равно $1, 2, 3$ или 4 . Обозначим

$$S_1 = a_1 + a_2 + \dots + a_{350},$$

$$S_2 = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{350}^2,$$

$$S_3 = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_{350}^3,$$

$$S_4 = a_1^4 + a_2^4 + \dots + a_{350}^4.$$

Известно, что $S_1 = 513$.

а) Найдите S_4 , если еще известно, что $S_2 = 1097$, $S_3 = 3243$.

б) Может ли $S_4 = 4547$?

в) Пусть $S_4 = 4745$. Найдите все значения, которые может принимать S_2 .

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 96

1	816
2	2000
3	35
4	0,38
5	6
6	116
7	- 3
8	18
9	2,5
10	90
11	8
12	2

13	а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}.$
14	4.
15	$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\sqrt{\frac{5}{8}}\right) \cup [-0,5; 0,5] \cup \left(\sqrt{\frac{5}{8}}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$
16	26.
17	4.
18	$(-\infty; -2) \cup (1; \infty).$
19	а) 11285; б) нет; в) 905 или 917.