

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 322

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

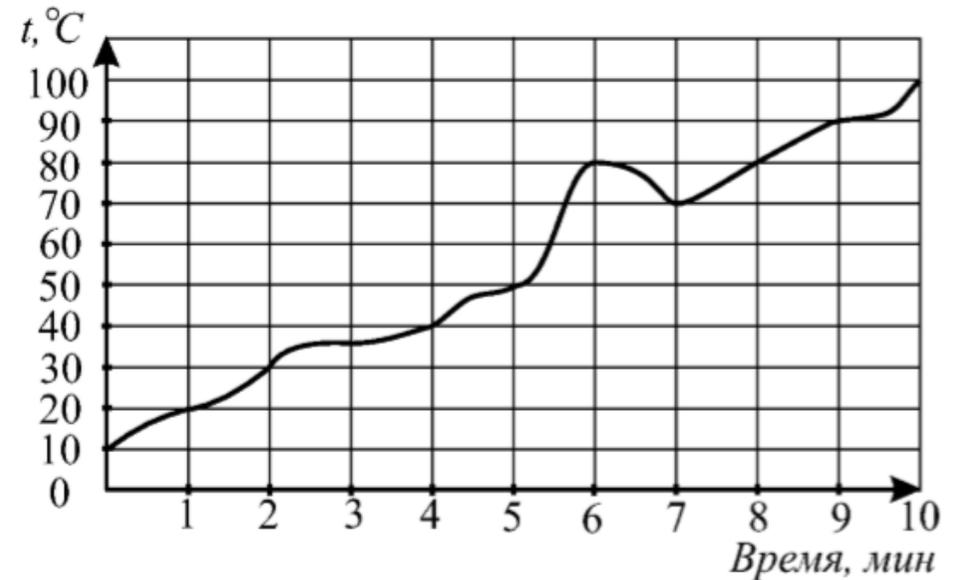
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Стрекоза и муха движутся по прямой. Стрекоза догоняет муху, их скорости равны 1,2 м/с и 30 см/с. Через сколько секунд расстояние между насекомыми сократится с 6,5 м до 20 см?

Ответ: _____.

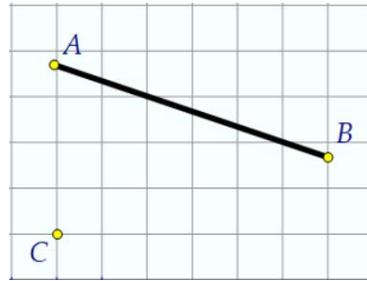
2. На графике (см. рис.) показан процесс нагревания некоторого прибора. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента включения прибора, на оси ординат температура прибора в градусах Цельсия.



Определите по рисунку, за сколько секунд прибор нагреется от 30°C до 80°C

Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см отмечены прямая AB и точка C. Найдите расстояние в см от точки C до прямой AB. В ответе записать найденное расстояние, умноженное на $\sqrt{10}$.



Ответ: _____.

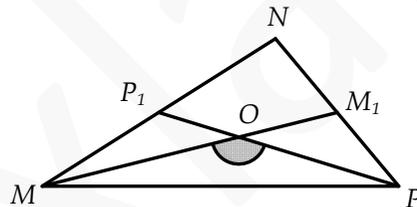
4. На отрезке $[-7; 18]$ числовой оси случайным образом отмечают одну точку. Найдите вероятность того, что координата отмеченной точки будет больше -5 , но меньше 9.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $|x^2 - 8x + 5| = 2x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший рациональный корень.

Ответ: _____.

6. В треугольнике MNP известно, что MM_1 и PP_1 - медианы, $MM_1 = 9\sqrt{3}$, $PP_1 = 6$, $\angle MOP = 150^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника MOP.



Ответ: _____.

7. При движении тела по прямой расстояние S (в метрах) до точки отсчета изменялось по закону: $S(t) = 5t^2 - t^3 + 9t$, где t - время в секундах, прошедшее от начала движения. Через сколько секунд после начала движения ускорение тела было равно 1 м/с^2 ?

Ответ: _____.

8. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны отношения длин ребер: $AB : AD : AA_1 = 16 : 15 : 34$. Расстояние от центра грани $AB B_1 A_1$ до вершины D равно $34\sqrt{2}$. Найдите сумму длин всех ребер параллелепипеда.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}} - 2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$, если

известно, что $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Ответ: _____.

10. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t - время (в секундах), амплитуда напряжения $U_0 = 2B$, частота $\omega = \frac{2\pi}{3}$, фаза $\varphi = \frac{\pi}{12}$. Датчик настроен так, что если напряжение U в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени, в процентах, на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

11. На вагоноремонтном заводе в определенный срок должно быть отремонтировано 330 вагонов. Перевыполняя план ремонта в среднем на 3 вагона в неделю, на заводе уже за две недели до срока отремонтировали 297 вагонов. Сколько вагонов в неделю ремонтировали на заводе?

Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $f(x) = \frac{5^{\log_5(2-x)}}{5^{\log_5(x+4)}} + 6x$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\cos 2x - \sin^3 x \cdot \cos x + 1 = \sin^2 x + \sin x \cdot \cos^3 x$
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $(-\arctg 2; \pi)$

14. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 1.
 а) Докажите, что точки F и C равноудалены от плоскости $BE D_1$
 б) Найдите расстояние между прямыми ED_1 и FE_1

15. Решите неравенство $2 \cdot \left(\frac{7^x + 7^{-x}}{2} \right)^2 - 7 \cdot \frac{7^x + 7^{-x}}{2} + 3 \leq 0$

16. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C вписана окружность с центром O, касающаяся его сторон BC, AC и AB в точках P, Q, R соответственно. Известны длины катетов: AC = 4, BC = 3.
 а) Доказать, что $AO \cdot BO \cdot CO = 10$
 б) Найдите площадь треугольника PQR

17. Банк предоставляет кредит сроком на 10 лет под 19% годовых на следующих условиях: ежегодно заемщик возвращает банку 19% от непогашенной части кредита и 1/10 суммы кредита. Так, в первый год, заемщик выплачивает 1/10 суммы кредита и 19% от всей суммы кредита, во второй год заемщик выплачивает 1/10 суммы кредита и 19% от 9/10 суммы кредита и т.д. Во сколько раз сумма, которую выплатит банку заемщик, будет больше суммы кредита, если заемщик не воспользуется досрочным погашением кредита?

18. Найдите все значения параметра a , при которых неравенство $\sin^4 x + \cos^4 x > a \cdot \sin x \cdot \cos x$ выполнено при любом значении x .

19. На доске написано 35 различных натуральных чисел, каждое из которых либо четное, либо его десятичная запись оканчивается на цифру 7. Сумма всех записанных на доске чисел равна 1135.
 а) Может ли на доске быть ровно 31 четное число?
 б) Могут ли ровно семь чисел на доске оканчиваться на 7?
 в) Какое наибольшее количество чисел, оканчивающихся на 7, может быть на доске?