

13 а) Решите уравнение $2\sin^2(x + \pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$.

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14 Дана правильная треугольная пирамида $SABC$ с основанием ABC . $AB = 9$, $SA = 2\sqrt{7}$. Точка M лежит на ребре AB , точка K – на ребре SB , причем $AM=8$, $SK : KA=7:3$.

а) Докажите, что плоскость SKM перпендикулярна плоскости ABC .

б) Найдите объем пирамиды $BSMK$.

15 Решите неравенство $x^2 \log_{243}(x + 6) \leq \log_3(x^2 + 12x + 36)$.

16 Дан прямоугольный треугольник ABC . На катете AC отмечена точка M , а на продолжении катета BC за точку C — точка N так, что $CM = CB$ и $CA = CN$.

а) Пусть CQ и CF — медианы треугольников ABC и NMC соответственно. Докажите, что CF и CQ перпендикулярны.

б) Пусть L — это точка пересечения BM и AN , K — точка пересечения NM и AB , $BC = 3$, $AC = 5$. Найдите KL .

17 В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере 1380 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле 2027, 2028 и 2029 долг остаётся равным 1380 тысяч рублей;

— выплаты в 2030 и 2031 годах равны;

— к июлю 2031 долг будет выплачен полностью.

Найдите, на сколько рублей последняя выплата будет больше первой.

18 Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} \sqrt{36 - y^2} = \sqrt{36 - a^2 x^2} \\ x^2 + y^2 = 6x + 8y \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

19 На доске написано несколько различных натуральных чисел, в записи которых содержатся только цифры 3 и 8 (число может состоять из одинаковых цифр).

а) Может ли сумма этих чисел быть равной 94?

б) Может ли сумма этих чисел быть равной 248?

в) Какое наименьшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 2659?