

Вариант ЕГЭ-2020 (Wild Mathing)

Разбор этих задач на YouTube

13. а) Решите уравнение $\frac{\sin 2x - \cos x}{\cos 2x - \sin x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_{\pi} e; 3 \log_e \pi]$.

14. В тетраэдре $ABCD$ точка N — пересечение медиан грани ABD , точка L — пересечение медиан грани ABC .

а) Докажите, что CN пересекает отрезок DL и делит его в отношении $3 : 1$, считая от точки D .

б) Какую часть объема тетраэдра $ABCD$ занимает объем пирамиды $BKNML$, если точка K — середина ребра AB , а точка M — пересечение отрезков CN и DL ?

15. Решите неравенство $3^x + 4^x \leq 5^x$.

16. В треугольнике ABC точки M_1, M_2, M_3 — середины сторон AB, BC, AC соответственно, а точки H_1, H_2, H_3 — основания высот, лежащие на тех же сторонах.

а) Докажите, что из отрезков H_1M_2, H_2M_3, H_3M_1 можно составить треугольник.

б) Найдите периметр этого треугольника, если периметр треугольника ABC равен a .

17. В июле 2020 года для развития бизнеса планируется взять кредит в банке на пять лет в размере 200 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Год	2020	2021	2022	2023	2024	2025
Долг (млн руб.)	200	125	x	100	75	0

Долг на июль 2022 года составляет x млн рублей, причем $100 \leq x \leq 125$. Найдите наибольшее значение x , при котором общая сумма выплат по кредиту будет не более 262 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра b , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - y = \pi x - \frac{\pi^2}{4}, \\ b \cdot \arcsin(\sin x) = y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Четыре музыкальных критика оценивают новый альбом. Каждый из них выставляет одну оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Рейтинг альбома определяется формулой

$$\sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}{4}}$$
 на основе выставленных оценок x_1, x_2, x_3, x_4 .

а) Может ли рейтинг альбома оказаться больше 9, если известно, что один из критиков выставил оценку 6?

б) Может ли рейтинг альбома оказаться натуральным числом, если известно, что только у двух из четырех критиков выставленные оценки совпали?

в) Найдите наименьшее возможное значение рейтинга альбома, если известно, что сумма всех выставленных оценок равна 36.