

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 320

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

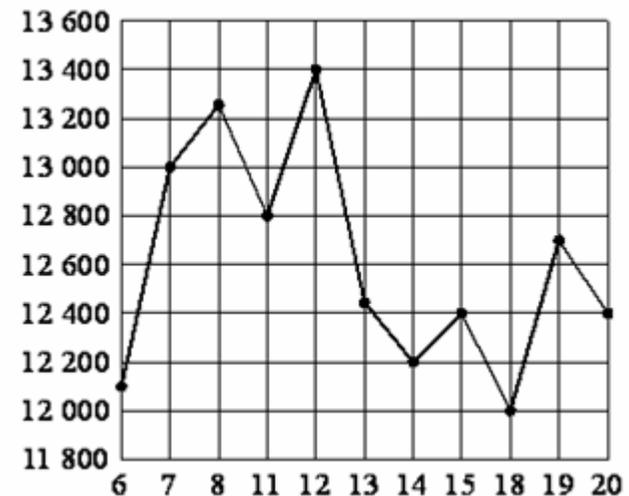
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 3300 рублей. До установки счётчиков за воду платили 800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

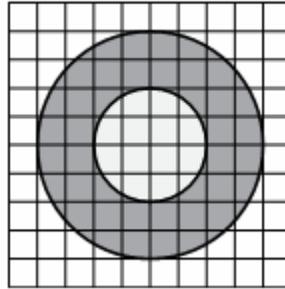
Ответ: _____.

2. На рисунке жирными точками показана цена тонны никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена тонны никеля на момент закрытия торгов была наименьшей за указанный период



Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 56. Найдите площадь закрашенной фигуры.



Ответ: _____.

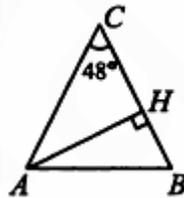
4. Найдите вероятность того, что произведение трех последних цифр случайно выбранного телефонного номера четно.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $27^{2x-1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x+4}$

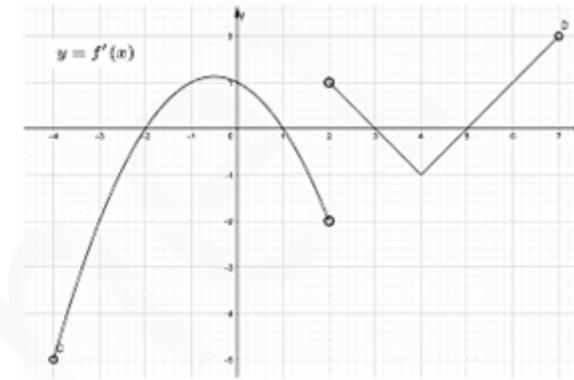
Ответ: _____.

6. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB угол C равен 48° . Найдите угол между стороной AB и высотой AH этого треугольника



Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной непрерывной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 7)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-3; 6]$.



Ответ: _____.

8. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 6. Диагональ параллелепипеда равна 9. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{\log_9 10}{\log_9 11} + \log_{11} 0,1$.

Ответ: _____.

10. Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t – время в минутах, $\omega = 40^\circ/\text{мин}$ – начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ/\text{мин}^2$ – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 3000° . Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

11. Расстояние между пристанями А и В равно 120 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $f(x) = x^8 \cdot e^{5x+6}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sqrt{\sin x - \cos x} (\operatorname{ctg} x - \sqrt{3}) = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

14. В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке О. Точка Р – середина ВС, на ребре AS отмечена точка N, причем PN перпендикулярна AS.

а) Доказать, что $\sin \angle ASO = \frac{NO}{PS}$

б) Найдите расстояние от точки О до плоскости SBC, если $AB = 12\sqrt{3}, \sin \angle ASO = \frac{3}{\sqrt{13}}$

15. Решите неравенство $\frac{\log_3(9x) - 13}{\log_3^2 x + \log_3 x^4} \leq 1$

16. В треугольнике ABC на стороне BC выбрана точка М, причем $\angle BAM = 30^\circ$. Прямая AM пересекает окружность, описанную около треугольника ABC в точке N, отличной от А. Известно, что $\angle BNC = 105^\circ, AB = 2, AC = 2\sqrt{6}$.

а) Доказать, что $BN : NC = 1 : \sqrt{2}$

б) Найдите длину отрезка AN.

17. В феврале планируется взять кредит в банке в размере 3,6 млн рублей сроком на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждый месяц долг должен уменьшиться на одну и ту же величину.

Известно, что с 5 по 10 месяц включительно, нужно выплатить банку 1,089 млн рублей.

Найдите процент банка r . Сколько будет выплачено банку за первые 12 месяцев?

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$2^{\sqrt{x-0,5}} \cdot (\sqrt{a-8x^4} - 2x^2) = 0$$

имеет хотя бы одно решение, удовлетворяющее неравенству $x(x-1) < 0$

19. Склад, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда $ABCA_1B_1C_1D_1$ размером $p \times n \times k$ м³ ($p, n, k \in \mathbb{N}$), плотно заставлен канистрами размером $1 \times 1 \times 1$ м³. Пуля летит по прямой и повреждает канистру только, если делает в ней две дырки. Возможно ли одним выстрелом повредить более чем $(p + n + k - 3)$ канистр, если

а) $p = 5, n = 3, k = 2$ и выстрел произведен по диагонали AC_1

б) $p = 26, n = 13, k = 5$ и выстрел произведен по диагонали AC_1

в) Сколько канистр повредит пуля, пролетающая по диагонали AC_1 , если $p = 1812, n = 1914, k = 1941$

(Автор задачи Николай Журавлев)