

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 319

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

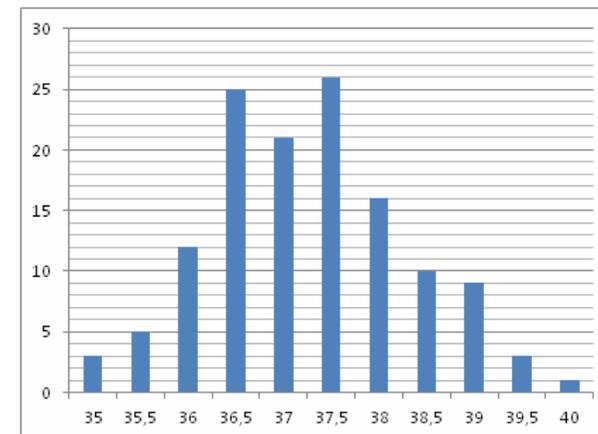
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Одна таблетка лекарства весит 40 мг и содержит 6% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,2 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 6 кг в течение суток?

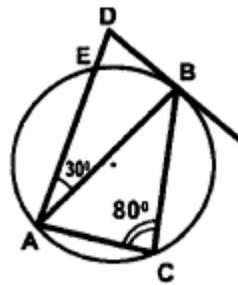
Ответ: _____.

2. На гистограмме показано распределение больных больницы по температуре. По горизонтали указывается температура, по вертикали – количество больных с данной температурой. Определите по гистограмме, сколько больных имеют нормальную температуру (от 36 до 37 градусов).



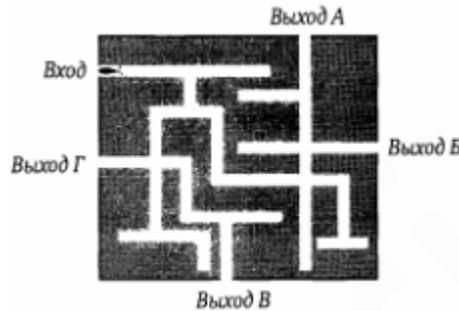
Ответ: _____.

3. Найдите угол ADB (в градусах), изображенный на рисунке. Угол DAB равен 30° , угол ACB равен 80° . DB – касательная к окружности.



Ответ: _____.

4. На рисунке изображен лабиринт. Жук вползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад жук не может, поэтому на каждом разветвлении жук выбирает один из путей, по которым он еще не полз. Считая, что выбор число случайный, определите, с какой вероятностью жук придет к одному из выходов. Ответ округлите до сотых.



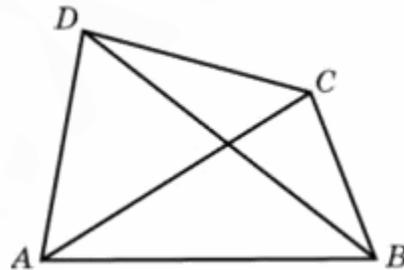
Ответ: _____.

5. Найдите произведение всех различных корней уравнения

$$x^2 - 4x + 1 = 4\sqrt{x^2 - 4x - 2}$$

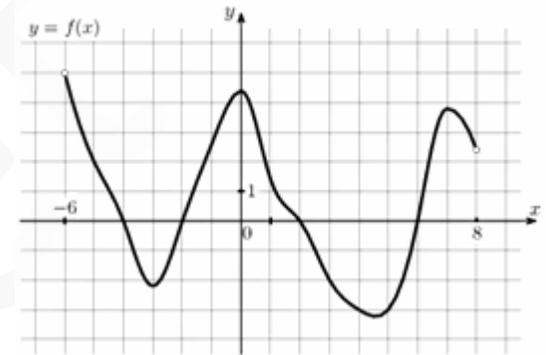
Ответ: _____.

6. Диагонали четырехугольника равны 7 и 10. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника



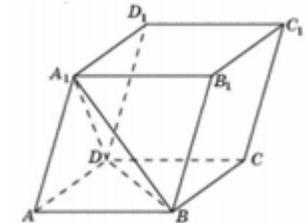
Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-6;8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Ответ: _____.

8. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 9. Найдите объем треугольной пирамиды $ABDA_1$.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $14\sqrt{6} \cos \frac{19\pi}{6} \cdot \cos \frac{7\pi}{4}$.

Ответ: _____.

10. Плоский замкнутый контур площадью $S = 0,625 \text{ м}^2$ находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\varepsilon_i = aS \cos \alpha$, где α – острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 16 \cdot 10^{-4} \text{ Тл/с}$ – постоянная, S – площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м^2). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать $5 \cdot 10^{-4} \text{ В}$?

Ответ: _____.

11. Теплоход прошёл путь от пункта **A** до пункта **B** за 6 часов. В некоторый момент плавания с борта теплохода на воду была спущена моторная шлюпка, которая вернулась в пункт **A** и без задержки направилась в пункт **B**, прибыв туда одновременно с теплоходом. Теплоход и шлюпка двигались равномерно и без остановок, причём скорость шлюпки вдвое превышала скорость теплохода. Определите, через какое время после отплытия теплохода из пункта **A** на воду была спущена шлюпка? Ответ дайте в часах.

Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $y = (73 - x) \cdot e^{73-x}$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $|\cos x + \cos 3x| = -\cos 2x$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$

14. Дана правильная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой сторона основания $AB=4$, а боковое ребро $AA_1=9$, Точка M – середина ребра AC , а на ребре AA_1 взята точка T так, что $AT=3$.

- а) Докажите, что плоскость BB_1M делит отрезок C_1T пополам.
 б) Плоскость BTC_1 делит отрезок MB_1 на две части. Найдите длину большей из них.

15. Решите неравенство $x \log_8 \left(\frac{x}{5} - 1 \right) \geq 3 \log_2 \left(\frac{x}{5} - 1 \right)$

16. Биссектрисы углов C и D четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке K . Диагональ BD разбивает отрезок KC в отношении $2:1$, считая от вершины C . При этом площадь треугольника ACD в два раза больше площади треугольника AKD .

- а) Докажите, что угол CKD прямой
 б) Найдите BK , если $BC=6$

(Автор задачи Николай Журавлев)

17. 15 декабря планируется взять кредит в банке на S тысяч рублей на 52 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа первый и второй месяцы долг должен уменьшиться на 600 тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на a тысяч рублей.

Найдите S , если всего было выплачено банку 4405,5 тысяч рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} + \left| 1 - \frac{|x|}{2} \right| = 1$$

имеет ровно два различных корня.

(Автор задачи Николай Журавлев)

19. На окружности некоторым образом расставили натуральные числа от 4 до 30 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

- а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 14?
 б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 13?
 в) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k ?