

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 апреля 2020 года

Вариант МА1910509

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

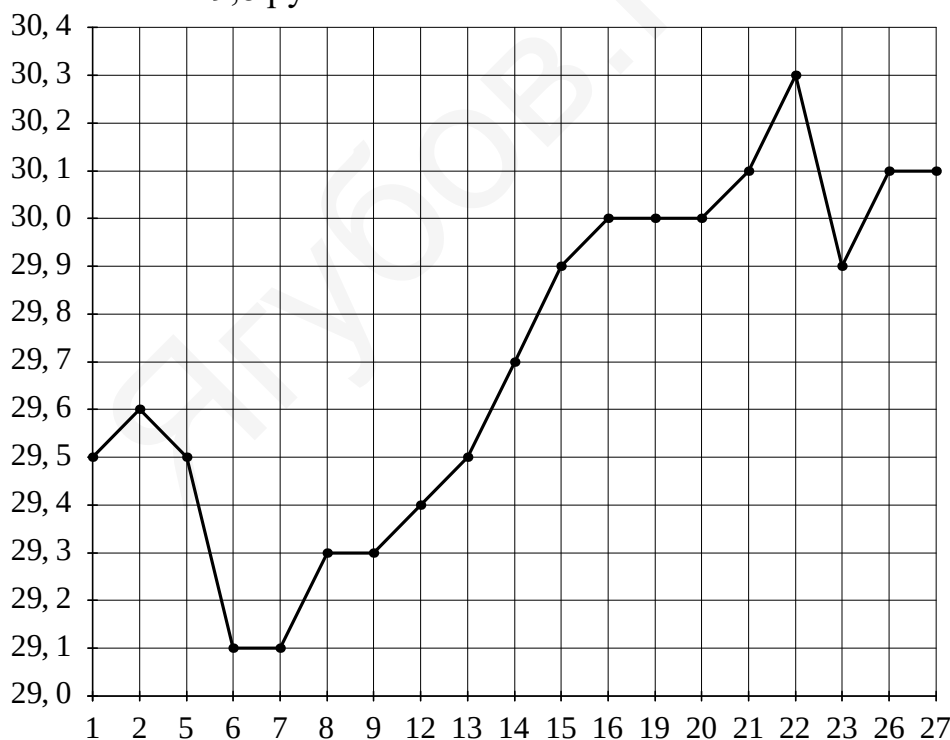
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Призёрами городской олимпиады по математике стали 35 учеников, что составило 25 % от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

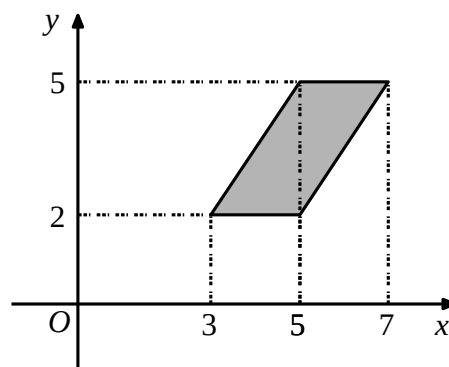
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показан курс австралийского доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 27 октября 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода курс доллара был больше 29,8 рубля.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

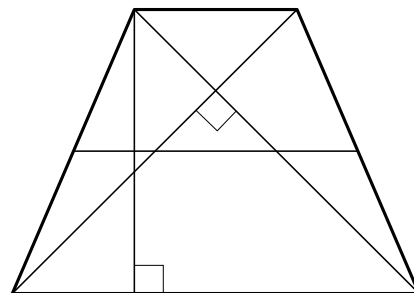
- 4 В среднем из 1500 садовых насосов, поступивших в продажу, 3 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\frac{14}{x^2 - 2} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

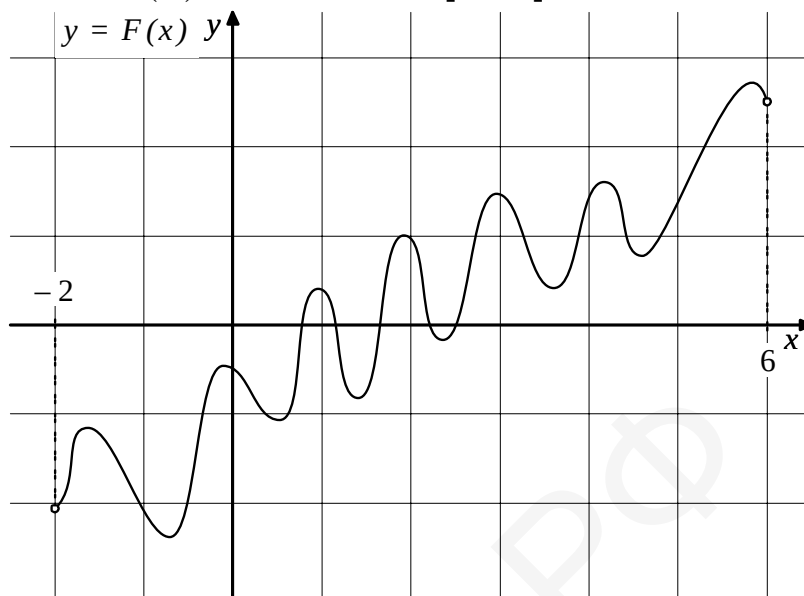
- 6 В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 18. Найдите её среднюю линию.



Ответ: _____.

7

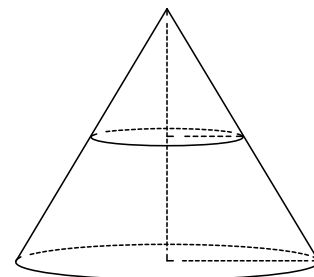
На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 6)$. Найдите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-1; 5]$.



Ответ: _____.

8

Объём конуса равен 24. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

10 Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$,

где $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$, $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями, $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина, данная экспертами, K — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,32, а оценка экспертов равна 0,36.

Ответ: _____.

11 Из двух городов, расстояние между которыми равно 250 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 50 км/ч и 75 км/ч?

Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 361}{x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)} = 2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14

В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB=5$ и диагональю $BD=9$. Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 4$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

15

Решите неравенство $\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0$.

16

Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K . При этом $AK : KC = 1 : 2$.

а) Докажите, что $\angle BAC = 30^\circ$.

б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P , а прямые AP и BK — в точке Q . Найдите KQ , если $BC = 2\sqrt{3}$.

- 17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.
- Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение
- $$25^x - (a + 6) \cdot 5^x = (5 + 3|a|) \cdot 5^x - (a + 6)(3|a| + 5)$$
- имеет единственное решение.

- 19** Известно, что a , b , c и d — попарно различные положительные двузначные числа.

- а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{8}{25}$?
- б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем значение выражения $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?
- в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 5b$ и $c > 6d$?

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 апреля 2020 года

Вариант МА1910510

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

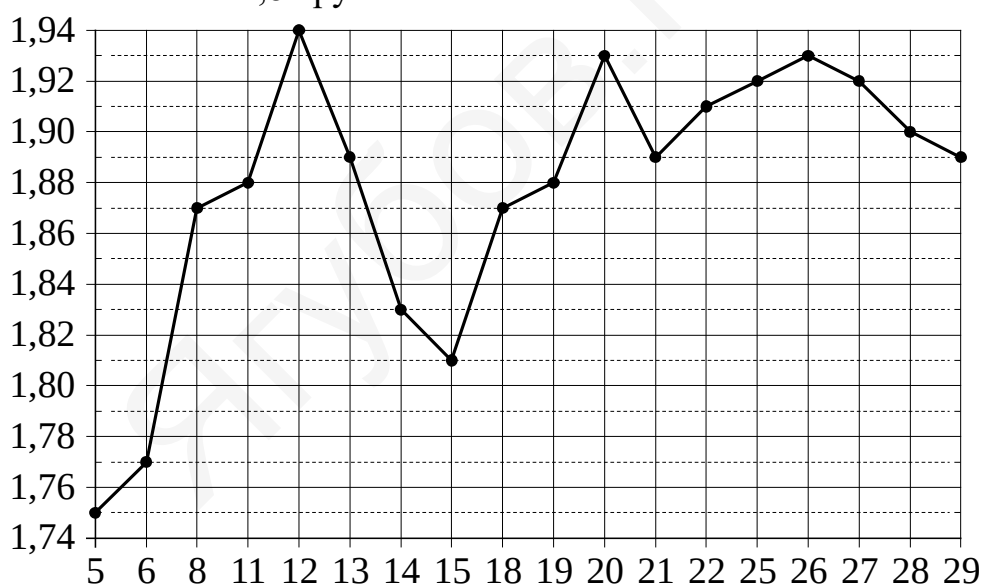
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Призёрами городской олимпиады по математике стали 37 учеников, что составило 20 % от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

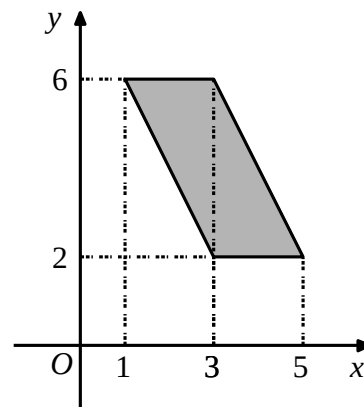
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показан курс австрийского шиллинга, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 30 января 1999 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена шиллинга в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода курс шиллинга был больше 1,84 рубля.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

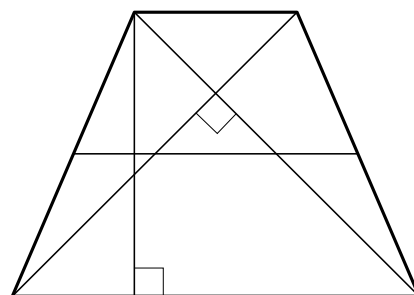
- 4 В среднем из 800 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\frac{13}{x^2+12} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

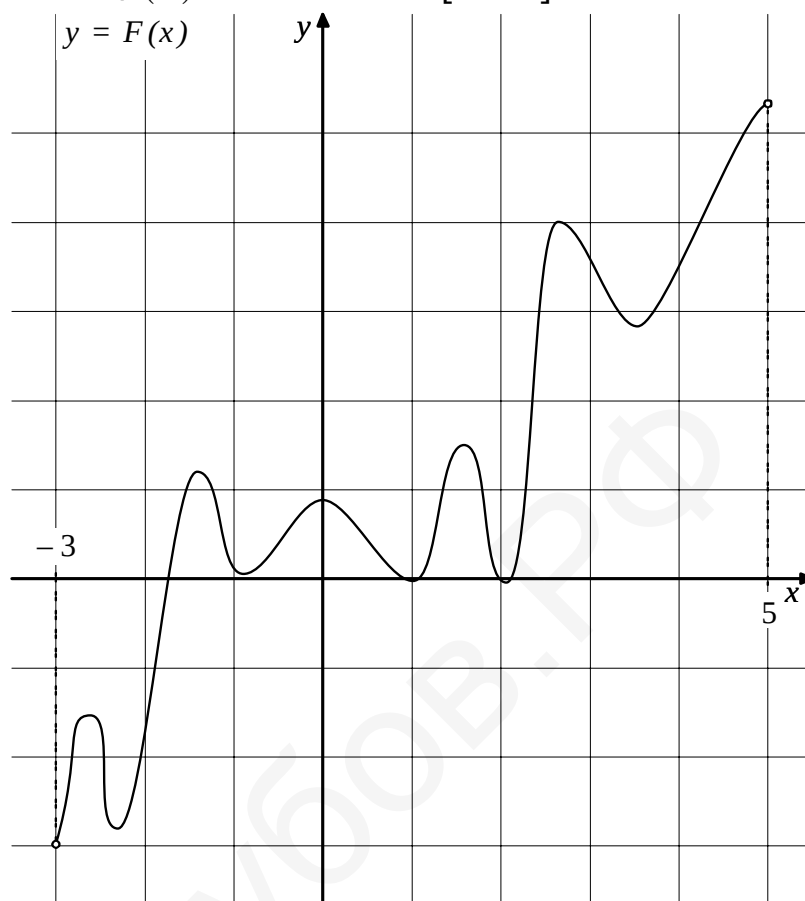
- 6 В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 48. Найдите её среднюю линию.



Ответ: _____.

7

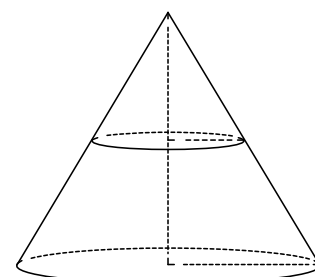
На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 5)$. Найдите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-2; 4]$.



Ответ: _____.

8

Объём конуса равен 104. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{8}{\sqrt{89}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

10 Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K+1)^m}$,

где $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$, $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями, $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина, данная экспертами, K — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,32, а оценка экспертов равна 0,22.

Ответ: _____.

11 Из двух городов, расстояние между которыми равно 390 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 50 км/ч и 80 км/ч?

Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 9}{x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = -2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14

В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 4$ и диагональю $BD = 7$. Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 3$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

15

Решите неравенство $\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \leq 0$.

16

Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K . При этом $AK : KC = 1 : 2$.

а) Докажите, что $\angle BAC = 30^\circ$.

б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P , а прямые AP и BK — в точке Q . Найдите KQ , если $BC = \sqrt{21}$.

- 17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.
- Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение
- $$4^x + (a - 6) \cdot 2^x = (2 + 3|a|) \cdot 2^x + (a - 6)(3|a| + 2)$$
- имеет единственное решение.

- 19** Известно, что a , b , c и d — попарно различные положительные двузначные числа.
- а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{23}$?
- б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 12 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?
- в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 4b$ и $c > 7d$?

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 апреля 2020 года

Вариант МА1910511

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

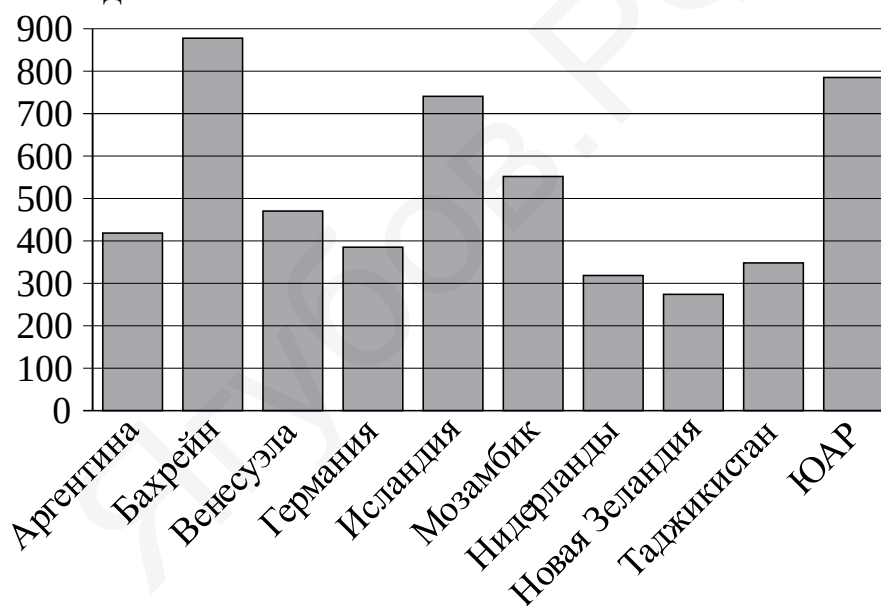
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 37 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа.

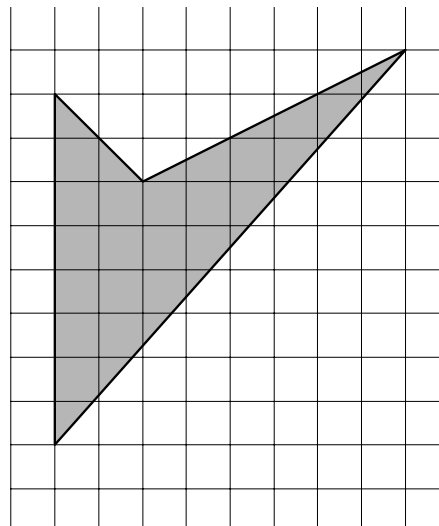
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимал Бахрейн, десятое место — Новая Зеландия. Какое место занимал Таджикистан?



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

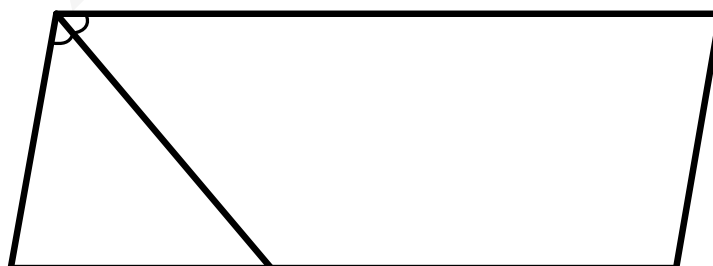
- 4 В классе 21 учащийся, среди них два друга — Сергей и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $5^{1-2x} = 6,25 \cdot 2^{1-2x}$.

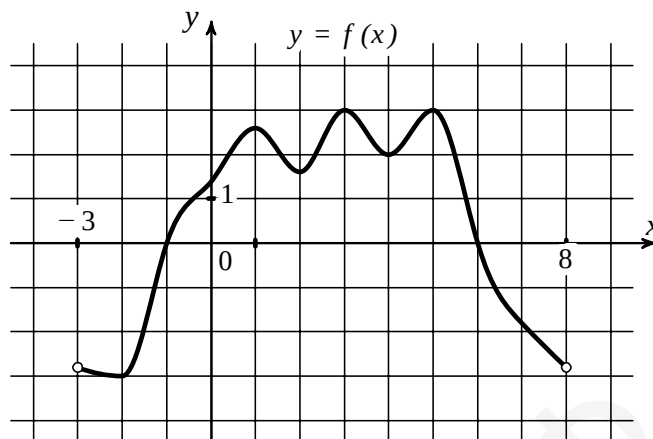
Ответ: _____.

- 6 Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении $2 : 7$, считая от вершины острого угла. Найдите бóльшую сторону параллелограмма, если его периметр равен 44.



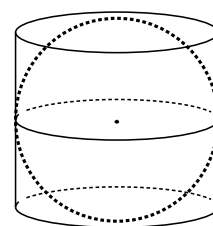
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

- 8 Цилиндр, объём которого равен 93, описан около шара. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\log_3 \log_7 343$.

Ответ: _____.

- 10 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 150^\circ/\text{с}$, фаза $\varphi = -60^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

- 11** Две трубы наполняют бассейн за 5 часов 52 минуты, а одна первая труба наполняет бассейн за 22 часа. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Ответ: _____.

- 12** Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{35 + 2x - x^2}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)} = 2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

- 14** В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 5$ и диагональю $BD = 9$. Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 4$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .
б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

- 15** Решите неравенство $\frac{\log_2(8x) \cdot \log_3(27x)}{x^2 - |x|} \leq 0$.

16 Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K . При этом $AK : KC = 1 : 2$.

а) Докажите, что $\angle BAC = 30^\circ$.

б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P , а прямые AP и BK — в точке Q . Найдите KQ , если $BC = 2\sqrt{3}$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

18 Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение

$$25^x - (a + 6) \cdot 5^x = (5 + 3|a|) \cdot 5^x - (a + 6)(3|a| + 5)$$

имеет единственное решение.

19 Известно, что a , b , c и d — попарно различные положительные двузначные числа.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{8}{25}$?

б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 11 раз меньше, чем значение выражения

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}?$$

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 5b$ и $c > 6d$?

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

22 апреля 2020 года

Вариант МА1910512

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

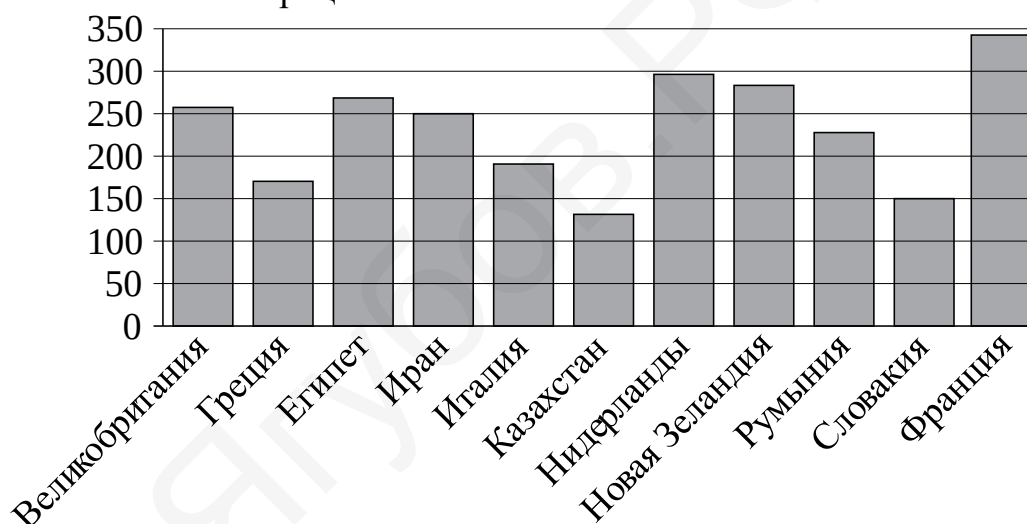
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 50 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа.

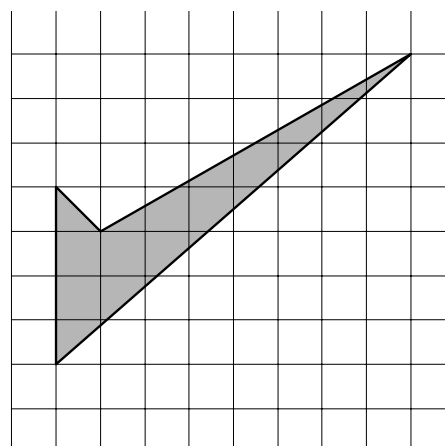
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Франция, одиннадцатое место — Казахстан. Какое место занимала Греция?



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён четырёхугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

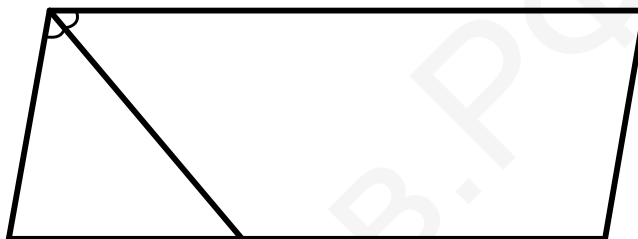
- 4 На потоке 51 студент, среди них два друга — Вадим и Михаил. Поток случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Михаил окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $2^{5-2x} = 0,2 \cdot 10^{5-2x}$.

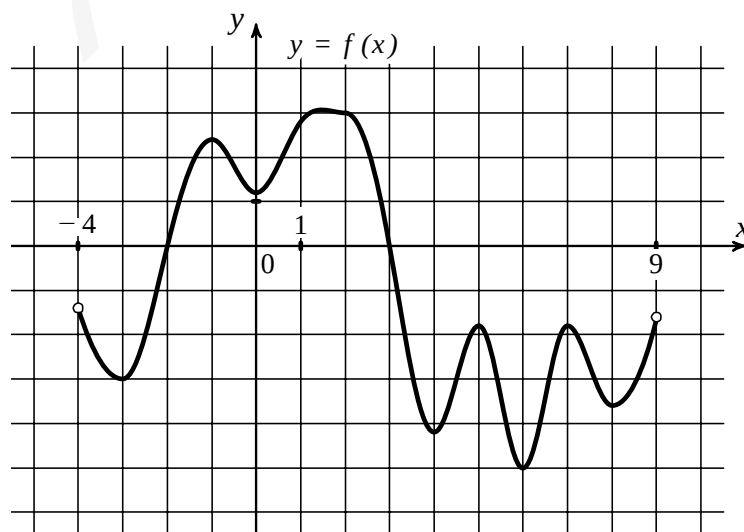
Ответ: _____.

- 6 Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении $1:3$, считая от вершины острого угла. Найдите бóльшую сторону параллелограмма, если его периметр равен 20.



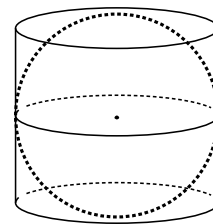
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

- 8 Цилиндр, объём которого равен 30, описан около шара. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\log_{16} \log_3 9$.

Ответ: _____.

- 10 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ/\text{с}$, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

- 11 Две трубы наполняют бассейн за 2 часа 24 минуты, а одна первая труба наполняет бассейн за 4 часа. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{-75 - 28x - x^2}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = -2$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14

В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 4$ и диагональю $BD = 7$. Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 3$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

15

Решите неравенство $\frac{\log_3(9x) \cdot \log_4(64x)}{5x^2 - |x|} \leq 0$.

16

Прямая, проходящая через середину M гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , перпендикулярна CM и пересекает катет AC в точке K . При этом $AK : KC = 1 : 2$.

а) Докажите, что $\angle BAC = 30^\circ$.

б) Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке P , а прямые AP и BK — в точке Q . Найдите KQ , если $BC = \sqrt{21}$.

- 17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.
- Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение
- $$4^x + (a - 6) \cdot 2^x = (2 + 3|a|) \cdot 2^x + (a - 6)(3|a| + 2)$$
- имеет единственное решение.

- 19** Известно, что a , b , c и d — попарно различные положительные двузначные числа.
- а) Может ли выполняться равенство $\frac{a+c}{b+d} = \frac{7}{23}$?
- б) Может ли дробь $\frac{a+c}{b+d}$ быть в 12 раз меньше, чем сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?
- в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a+c}{b+d}$, если $a > 4b$ и $c > 7d$?