

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

6 февраля 2020 года

Вариант МА1900209

профильный уровень

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–12) является целое число или десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

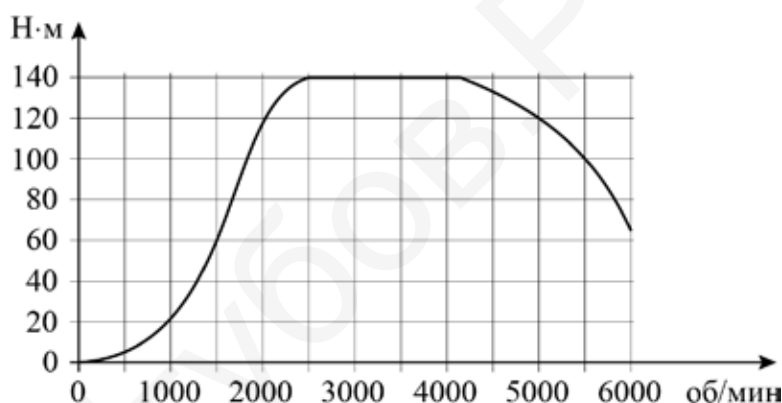
Часть 1

В заданиях 1–12 дайте ответ в виде целого числа или десятичной дроби.

- 1 Диагональ экрана телевизора равна 130 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа.

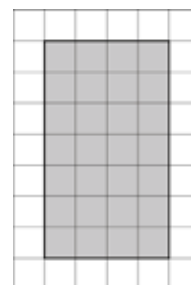
Ответ: _____.

- 2 На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На горизонтальной оси откладывается число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в Н·м. Определите по графику, на сколько увеличился крутящий момент, если двигатель увеличил число оборотов с 1500 до 2500. Ответ дайте в Н·м.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1´1 изображён прямоугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

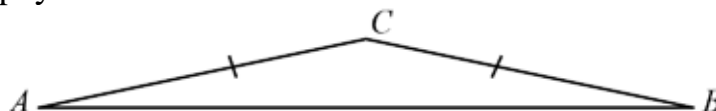
- 4 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,5 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения $\frac{x - 46}{x + 2} = -2$.

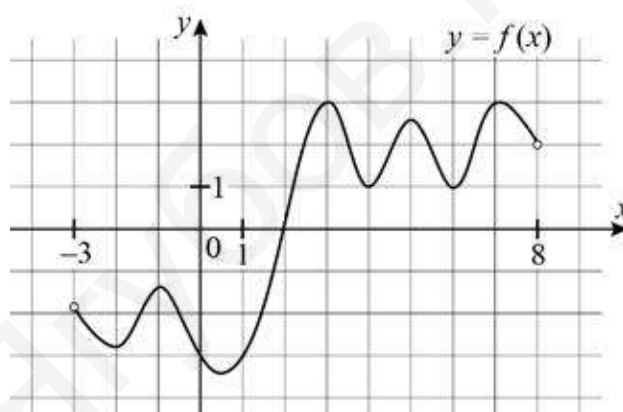
Ответ: _____.

6 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150° . Боковая сторона треугольника равна 26. Найдите площадь этого треугольника.



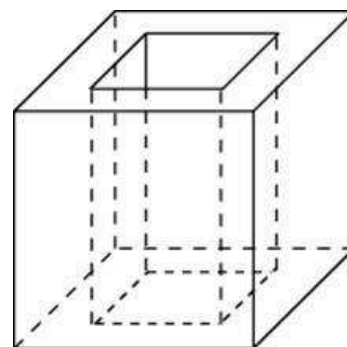
Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек экстремума функции.



Ответ: _____.

8 Из единичного куба вырезана правильная четырёхугольная призма со стороной основания 0,5 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.



Ответ: _____.

9 Найдите значение выражения $\left(2\frac{2}{5} - 0,8\right) \times \frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

10 По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{e}{R+r}$, где e — ЭДС источника (в вольтах), $r = 2$ (Ом) — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 10 % от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{e}{r}$? (Ответ выразите в омах.)

Ответ: _____.

11 Два велосипедиста одновременно отправились в 208-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = (x - 7)^2 e^{x-8}$.

Ответ: _____.

Часть 2

В заданиях 13–19 запишите полное решение на отдельном чистом листе.

13

а) Решите уравнение $\cos^2 \frac{\pi}{4} - x^{\frac{\pi}{4}} = \cos^2 \frac{\pi}{4} + x^{\frac{\pi}{4}}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{8}; \frac{9\pi}{2} \right]$.

14

Точка O — центр грани $ABCD$ куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. На рёбрах AD и $C_1 D_1$ отмечены соответственно точки M и N так, что $DM = D_1 N = AO$.

а) Докажите, что прямая MN образует с плоскостью DCC_1 угол 30° .

б) Найдите угол между плоскостями MNO и DCC_1 .

15

Решите неравенство $\frac{\sqrt{18 - 7x - x^2}}{2x + 9} \geq \frac{\sqrt{18 - 7x - x^2}}{x + 8}$.

16

В окружности с центром O проведена хорда AB , на которой выбрана точка M . Вторая окружность, описанная около треугольника MAO , повторно пересекает первую окружность в точке K .

а) Докажите, что $BM = MK$.

б) Найдите площадь треугольника OMK , если $OM = 11$ и $BK = 12$.

17

По бизнес-плану четырёхлетний проект предполагает начальное вложение — 20 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 16 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число n млн рублей и в первый, и во второй годы, а также **целое** число m млн рублей и в третий, и в четвёртый годы. Найдите наименьшее значение n , при котором первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, и наименьшее значение m , для которого при найденном ранее значении n первоначальные вложения за четыре года как минимум утроятся.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{a^2 + x^2} = \cos 2x + a^2 + 2a - 1$$

имеет единственное решение.

- 19** В каждой из девяти ячеек строки слева направо в некотором (возможно, ином) порядке расставлены по одному 9 чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

а) Могло ли оказаться так, что среди любых четырёх подряд (идуших слева направо) из этих чисел есть ровно одно, делящееся на 3, и ровно одно, делящееся на 4?

б) Могло ли оказаться так, что среди любых четырёх подряд (идуших слева направо) из этих чисел есть ровно одно, делящееся на 3, а среди любых двух подряд (идуших слева направо) из этих чисел есть ровно одно простое число?

в) Какое наибольшее значение может принимать произведение суммы всех чисел, стоящих на нечётных местах, и суммы всех чисел, стоящих на чётных местах этой строки?

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

6 февраля 2020 года

Вариант МА1900210

профильный уровень

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–12) является целое число или десятичная дробь. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

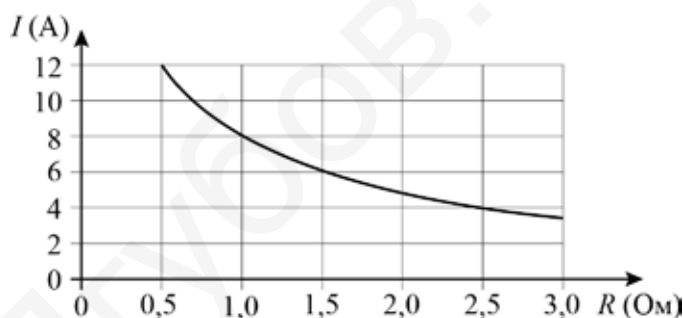
Часть 1

В заданиях 1–12 дайте ответ в виде целого числа или десятичной дроби.

- 1** Диагональ экрана телевизора равна 71 дюйму. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа.

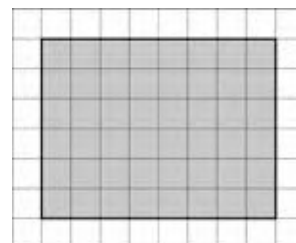
Ответ: _____.

- 2** Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя: чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На горизонтальной оси откладывается сопротивление в омах, на вертикальной оси — сила тока в амперах. Определите по графику, на сколько ампер уменьшилась сила тока при увеличении сопротивления с 0,5 ома до 2,5 омов.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1´1 изображён прямоугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

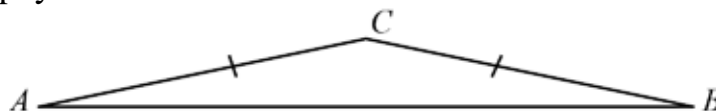
- 4** В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,6 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения $\frac{x - 59}{x - 4} = -4$.

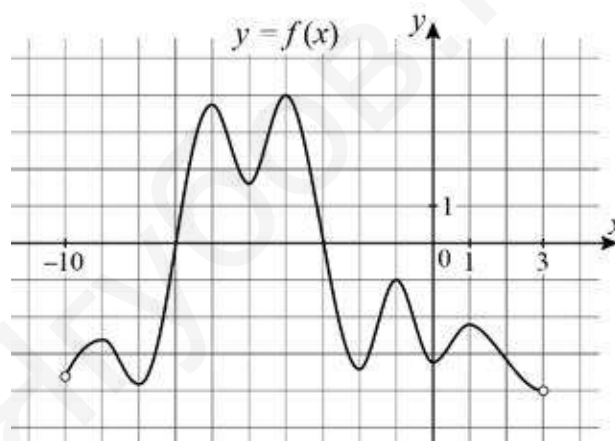
Ответ: _____.

- 6 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150° . Боковая сторона треугольника равна 36. Найдите площадь этого треугольника.



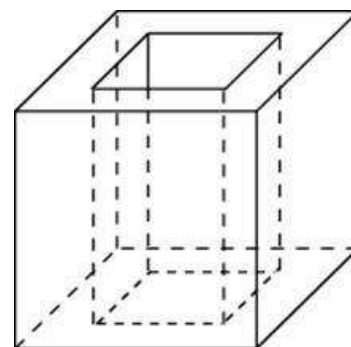
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10; 3)$. Найдите количество точек экстремума функции.



Ответ: _____.

- 8 Из единичного куба вырезана правильная четырёхугольная призма со стороной основания 0,4 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.



Ответ: _____.

9

Найдите значение выражения $\left(4\frac{2}{5} - 2,9\right) \times 6\frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

10

По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{e}{R + r}$, где e — ЭДС источника (в вольтах), $r = 1$ (Ом) — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 4 % от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{e}{r}$? (Ответ выразите в омах.)

Ответ: _____.

11

Два велосипедиста одновременно отправились в 77-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 4 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 4 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

Найдите точку минимума функции $y = (x - 12)^2 e^{x-3}$.

Ответ: _____.

Часть 2

В заданиях 13–19 запишите полное решение на отдельном чистом листе.

13

а) Решите уравнение $\sin^2 \frac{\pi}{4} - x = \sin^2 \frac{\pi}{4} + x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\frac{\pi}{2}; \pi]$.

14

Точка O — центр грани ABB_1A_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. На рёбрах AA_1 и $C_1 D_1$ отмечены соответственно точки M и N так, что $A_1 M = D_1 N = AO$.

а) Докажите, что прямая MN образует с плоскостью $A_1 B_1 C_1$ угол 30° .

б) Найдите угол между плоскостями MNO и $A_1 B_1 C_1$.

15

Решите неравенство $\frac{\sqrt{42+x-x^2}}{2x+7} \geq \frac{\sqrt{42+x-x^2}}{x+5}$.

16

В окружности с центром O проведена хорда AB , на которой выбрана точка M . Вторая окружность, описанная около треугольника MAO , повторно пересекает первую окружность в точке K .

а) Докажите, что $BM = MK$.

б) Найдите площадь треугольника OMK , если $OM = 9$ и $BK = 10$.

17

По бизнес-плану четырёхлетний проект предполагает начальное вложение — 15 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 18 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: **целое** число n млн рублей и в первый, и во второй годы, а также **целое** число m млн рублей и в третий, и в четвёртый годы. Найдите наименьшее значение n , при котором первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, и наименьшее значение m , для которого при найденном ранее значении n первоначальные вложения за четыре года как минимум утроятся.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt[4]{a^4 + x^4} = \cos \frac{x}{2} + a^2 - 2a - 1$$

имеет единственное решение.

- 19** В каждой из девяти ячеек строки слева направо в некотором (возможно, ином) порядке расставлены по одному 9 чисел: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10.

а) Могло ли оказаться так, что среди любых четырёх подряд (идуших слева направо) из этих чисел есть ровно одно, делящееся на 3, и ровно одно, делящееся на 4?

б) Могло ли оказаться так, что среди любых четырёх подряд (идуших слева направо) из этих чисел есть ровно одно, делящееся на 3, а среди любых двух подряд (идуших слева направо) из этих чисел есть ровно одно простое число?

в) Какое наибольшее значение может принимать произведение суммы всех чисел, стоящих на нечётных местах, и суммы всех чисел, стоящих на чётных местах этой строки?