

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2019 года

Вариант МА1910209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Приглашаем вас принять участие в диагностической работе по математике!

Помочь выбрать уровень экзамена по математике и спланировать свою подготовку Вам поможет диагностическая работа, которую для Вас подготовили Центр педагогического мастерства, Московский центр непрерывного математического образования и Яндекс.Репетитор. Работа будет доступна начиная с 24 декабря по адресу tutor.yandex.ru/tutor. Напоминаем, что, каждый выпускник школы должен выбрать ровно один уровень экзамена по математике (базовый или профильный).

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

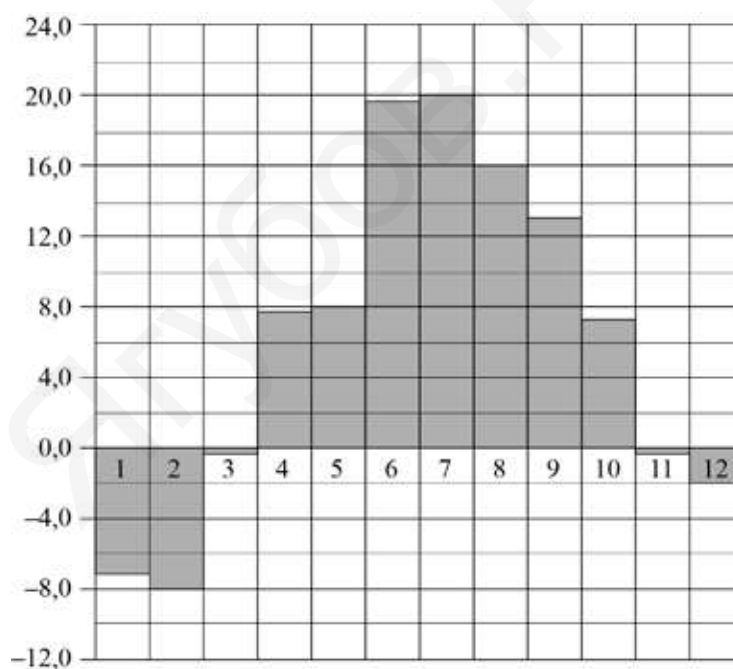
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 2 раза в день в течение 15 дней. В одной упаковке 6 таблеток лекарства по 0,25 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

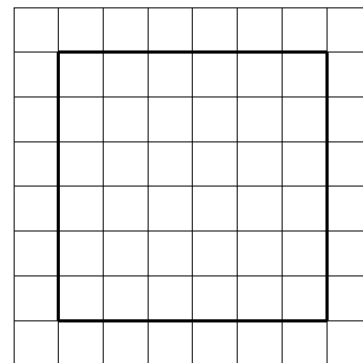
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 1999 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки $1'1$ изображён квадрат. Найдите радиус вписанной в него окружности.



Ответ: _____.

- 4 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Ответ: _____.

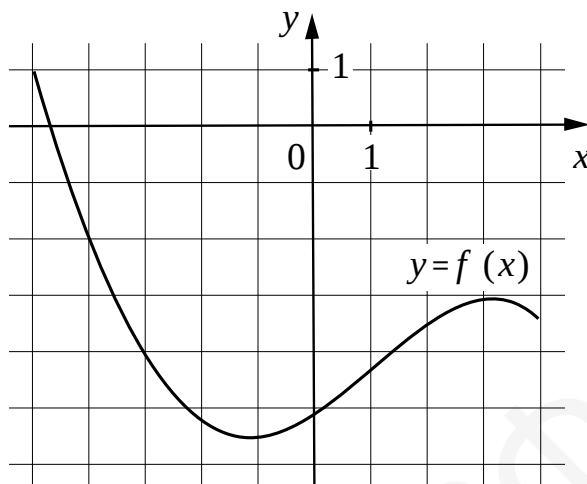
- 5 Найдите корень уравнения $16^{x-14} = \frac{1}{4}$.

Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 36$, $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{65}}{4}$. Найдите AC .

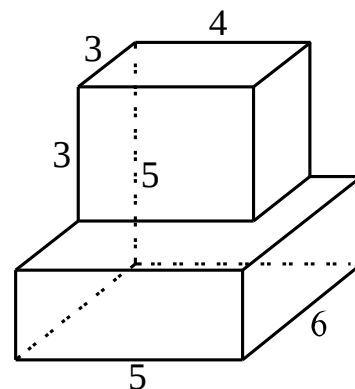
Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 6 - 2x$ или совпадает с ней.



ОТВЕТ: _____.

8 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



ОТВЕТ: _____.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $\sqrt{6\frac{3}{7}} - \sqrt{2\frac{6}{7}} \cdot \sqrt{\frac{5}{63}}$.

Ответ: _____.

10

Камнемётательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{600} \text{ м}^{-1}$, $b = \frac{4}{15}$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

Ответ: _____.

11

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5 % меди, второй — 14 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 5 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = (x + 11)^2 e^{3-x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $(\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x - \sqrt{2})\sqrt{-6 \sin x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$.

14 Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 9. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL:LD = 7:2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобедренная трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

15 Решите неравенство $\frac{3}{x^2 + 13x + 40} \geq \frac{1}{x^2 + 15x + 56}$.

16 В треугольнике ABC проведена биссектриса BK .

а) Докажите, что $\frac{AK}{AB} = \frac{CK}{BC}$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 13$, $BC = 7$ и $BK = \frac{7\sqrt{13}}{4}$.

17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 21 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(2y - x)a = 1 + 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 + 4(x - y)a = 4 + 4a - 7a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Известно, что a , b , c , d , e и f — это числа 2, 3, 4, 5, 6 и 9, расставленные без повторений в некотором, возможно ином, порядке.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{29}{4}$?

б) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{451}{90}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$?

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2019 года

Вариант МА1910210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Приглашаем вас принять участие в диагностической работе по математике!

Помочь выбрать уровень экзамена по математике и спланировать свою подготовку Вам поможет диагностическая работа, которую для Вас подготовили Центр педагогического мастерства, Московский центр непрерывного математического образования и Яндекс.Репетитор. Работа будет доступна начиная с 24 декабря по адресу tutor.yandex.ru/tutor. Напоминаем, что, каждый выпускник школы должен выбрать ровно один уровень экзамена по математике (базовый или профильный).

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

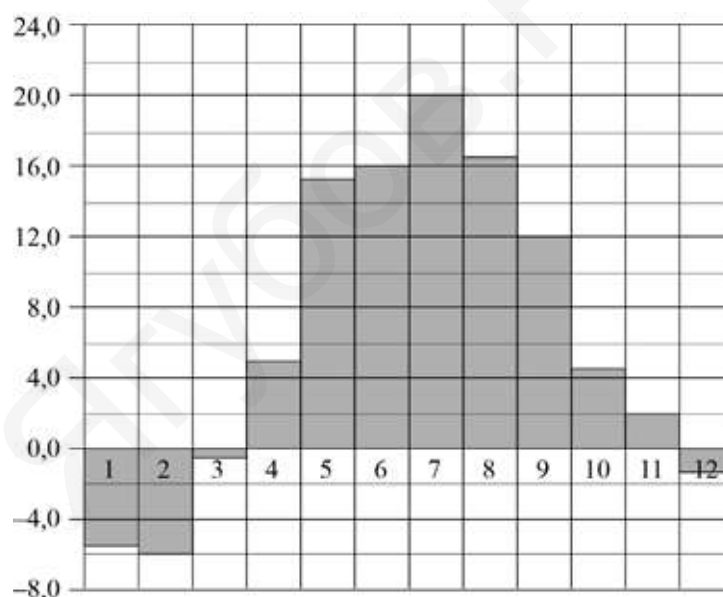
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 2 раза в день в течение 20 дней. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

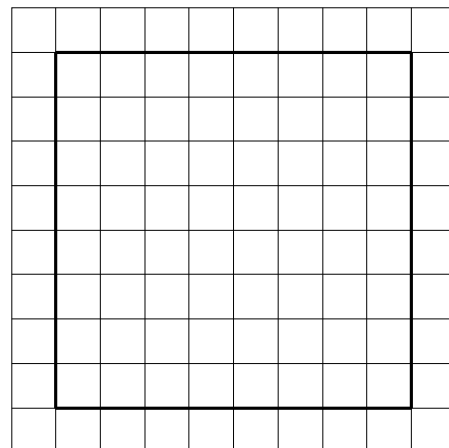
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён квадрат. Найдите радиус вписанной в него окружности.



Ответ: _____.

- 4 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 5 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 4 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $4^{x-15} = \frac{1}{2}$.

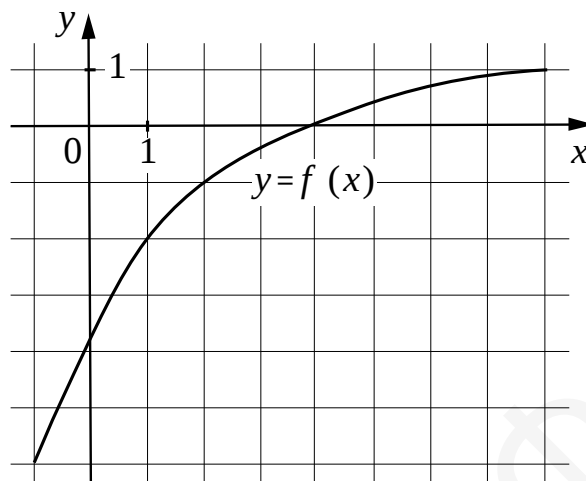
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 28$, $\operatorname{tg} A = \frac{2\sqrt{10}}{3}$. Найдите AC .

Ответ: _____.

7

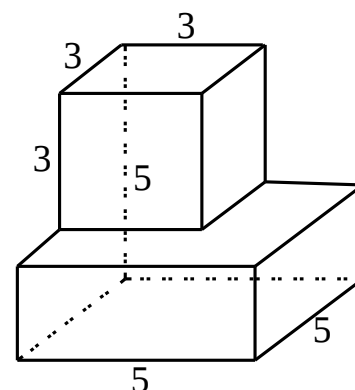
На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 6 - 2x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

8

Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\sqrt{62\frac{1}{2}} - \sqrt{22\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{5}{8}}$.

Ответ: _____.

10

Камнемётательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$, $b = \frac{4}{5}$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 6 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

Ответ: _____.

11

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5 % меди, второй — 14 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 7 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = (x - 14)^2 e^{26-x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $(2 \cos^2 x + \sin x - 2) \sqrt{5 \operatorname{tg} x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{\pi}{8}; \frac{5\pi}{2}]$.

14 Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 18. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL : LD = 7 : 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобедренная трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

15 Решите неравенство $\frac{3}{x^2 - 30x + 216} \geq \frac{1}{x^2 - 34x + 288}$.

16 В треугольнике ABC проведена биссектриса BK .

а) Докажите, что $\frac{AK}{AB} = \frac{CK}{BC}$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 15$, $BC = 13$ и $BK = \frac{15\sqrt{13}}{4}$.

17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 11 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2(2y - x)a = 1 - 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 - 4(x - y)a = 4 - 4a - 7a^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Известно, что a, b, c, d, e и f — это числа 2, 3, 4, 5, 6 и 8, расставленные без повторений в некотором, возможно ином, порядке.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{13}{2}$?

б) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{481}{120}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$?

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2019 года

Вариант МА1910211

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Приглашаем вас принять участие в диагностической работе по математике!

Помочь выбрать уровень экзамена по математике и спланировать свою подготовку Вам поможет диагностическая работа, которую для Вас подготовили Центр педагогического мастерства, Московский центр непрерывного математического образования и Яндекс.Репетитор. Работа будет доступна начиная с 24 декабря по адресу tutor.yandex.ru/tutor. Напоминаем, что, каждый выпускник школы должен выбрать ровно один уровень экзамена по математике (базовый или профильный).

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

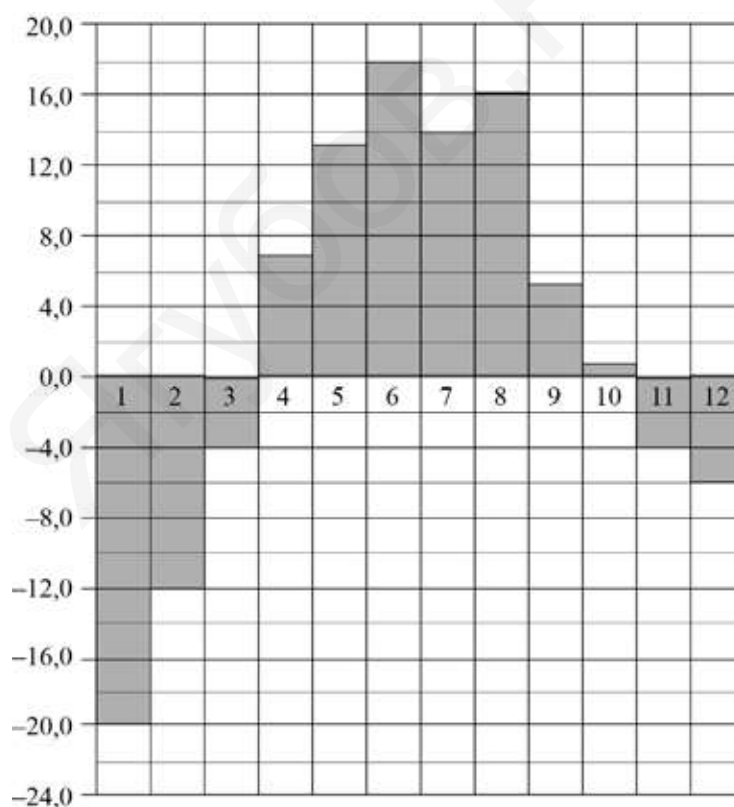
1

Стоимость проездного билета на месяц составляет 720 рублей, а стоимость билета на одну поездку — 19 рублей. Аня купила проездной и сделала за месяц 46 поездок. На сколько рублей больше она бы потратила, если бы покупала билеты на одну поездку?

Ответ: _____.

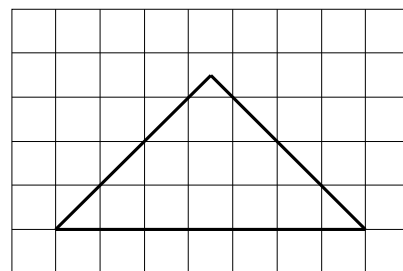
2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой в 1973 году.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите длину его медианы, проведённой к гипотенузе.



Ответ: _____.

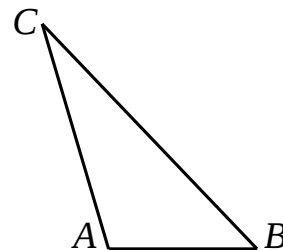
- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{4}{4-7x}} = 0,4$.

Ответ: _____.

- 6 Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 16 и 12, а угол между ними равен 30° .



Ответ: _____.

- 7 Прямая $y = 3x - 2$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 5x^2 + 6x + 7$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

- 8 В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 27 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если её перелить в другой сосуд такой же формы, у которого сторона основания в 3 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \cdot 15}{2^5 \cdot 7^3 \div 14^9}$.

Ответ: _____.

- 10 Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 190$ Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий

на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью v приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 320$ м/с. Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____.

- 11 В среду акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в четверг подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 64 % дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подорожали акции компании в среду?

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+9)^8 - 8x + 5$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $4\cos^4 x + 9\cos 2x - 1 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ через диагональ BD_1 проведена плоскость α , параллельная прямой AC .

а) Докажите, что прямая пересечения плоскости α с плоскостью основания $A_1 B_1 C_1 D_1$ параллельна прямой $A_1 C_1$.

б) Найдите угол между проведённой плоскостью и плоскостью основания параллелепипеда, если $AB = 6$, $BC = 8$, $CC_1 = 10$.

- 15 Решите неравенство $\frac{(5x-3)^2}{x-2} \geq \frac{9-30x+25x^2}{14-9x+x^2}$.

- 16 В треугольник ABC вписана окружность радиуса 4, касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 8$ и $CM = 12$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника ABC .

17 Строительство нового завода стоит 132 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 5x + 17$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 5x + 17)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 4 года?

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + 4(a+1)x + 3a^2 + 4a < 0, \\ x^2 + a^2 = 16 \end{cases}$$

имеет решения.

19 Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

- а) Существуют ли десять последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть два очень счастливых?
- б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2015?
- в) Найдите наименьшее натуральное число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2019 года

Вариант МА1910212

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Приглашаем вас принять участие в диагностической работе по математике!

Помочь выбрать уровень экзамена по математике и спланировать свою подготовку Вам поможет диагностическая работа, которую для Вас подготовили Центр педагогического мастерства, Московский центр непрерывного математического образования и Яндекс.Репетитор. Работа будет доступна начиная с 24 декабря по адресу tutor.yandex.ru/tutor. Напоминаем, что, каждый выпускник школы должен выбрать ровно один уровень экзамена по математике (базовый или профильный).

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

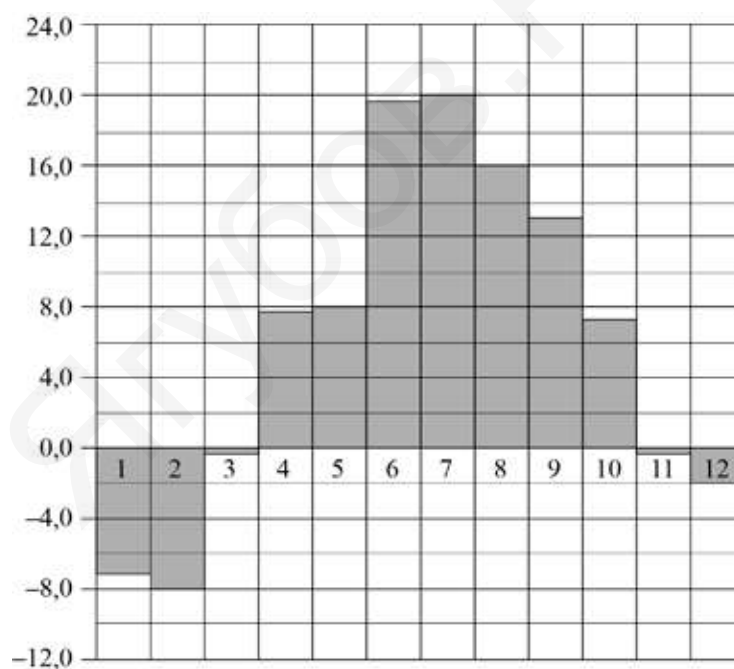
1

Стоимость проездного билета на месяц составляет 690 рублей, а стоимость билета на одну поездку — 21 рубль. Аня купила проездной и сделала за месяц 46 поездок. На сколько рублей больше она бы потратила, если бы покупала билеты на одну поездку?

Ответ: _____.

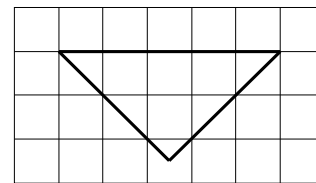
2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите длину его медианы, проведённой к гипотенузе.



Ответ: _____.

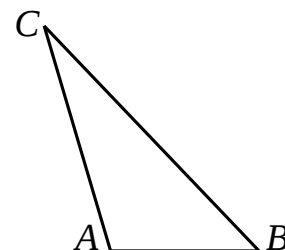
- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет все четыре раза.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{2}{7-x}} = 0,2$.

Ответ: _____.

- 6 Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 40 и 20, а угол между ними равен 30° .



Ответ: _____.

- 7 Прямая $y = -4x - 8$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 3x^2 - x - 9$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

- 8 В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 180 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если её перелить в другой сосуд такой же формы, у которого сторона основания в 6 раз больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\frac{\frac{5^{\frac{4}{7}} \times 7^{\frac{2}{3}} \div \frac{21}{\emptyset}}{\frac{5}{\emptyset}}}{35^{12}}$.

Ответ: _____.

- 10 Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 308$ Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий

на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 7 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью v приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____.

- 11 В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 49 % дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+14)^{11} - 11x + 7$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $8\cos^4 x + 3\cos 2x - 6 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

- 14 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ через диагональ BD_1 проведена плоскость α , параллельная прямой AC .

а) Докажите, что прямая пересечения плоскости α с плоскостью основания $A_1 B_1 C_1 D_1$ параллельна прямой $A_1 C_1$.

б) Найдите угол между проведённой плоскостью и плоскостью основания параллелепипеда, если $AB = 5$, $BC = 12$, $CC_1 = 10$.

- 15 Решите неравенство $\frac{(5x-2)^2}{x-3} \geq \frac{4-20x+25x^2}{24-11x+x^2}$.

- 16 В треугольник ABC вписана окружность радиуса 2, касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 4$ и $CM = 6$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника ABC .

- 17** Строительство нового завода стоит 192 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 4x + 18$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 4x + 18)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 6 лет?

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + 3(a+1)x + 2a^2 + 3a < 0, \\ x^2 + a^2 = 9 \end{cases}$$

имеет решения.

- 19** Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.
- а) Существуют ли двадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть три очень счастливых?
- б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?
- в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.