

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

10 – 11 класс

17 мая 2019 года

Вариант МА00509

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–12) является целое число, или десятичная дробь, или последовательность цифр. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

*Желаем успеха!*

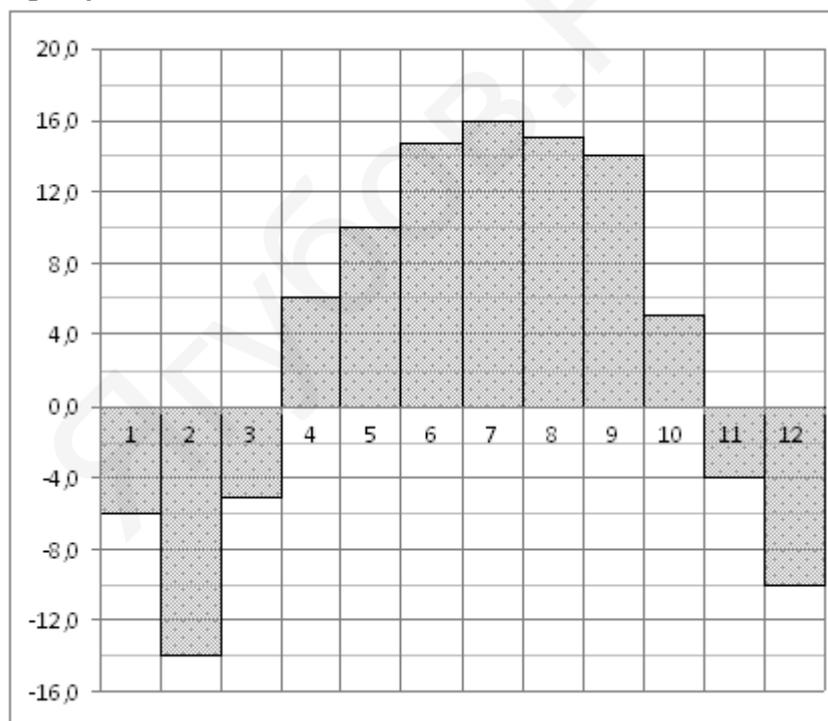
**Часть 1**

**В заданиях 1–12 дайте ответ в виде целого числа, или десятичной дроби, или последовательности цифр.**

- 1** В школе 400 учеников, из них 30 % — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 35 % изучают немецкий язык. Сколько учеников в школе изучают немецкий язык, если в начальной школе немецкий язык не изучается?

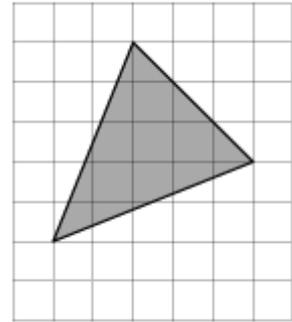
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха во Владимире за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме количество месяцев в 1994 году, в которых среднемесячная температура превышала 4 градуса Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 На склад поступили насосы. В среднем, на каждые 1986 исправных насосов приходится 14 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Ответ: \_\_\_\_\_.

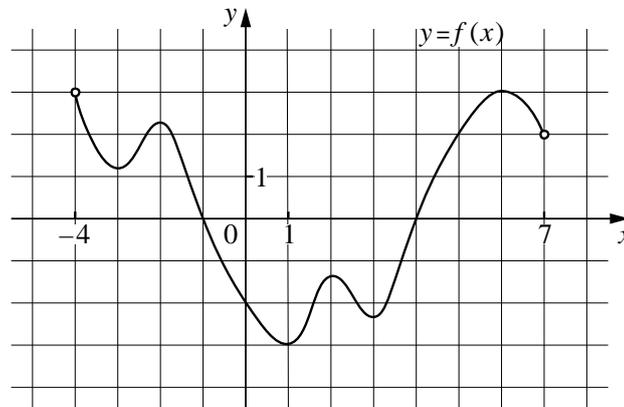
- 5 Найдите корень уравнения  $\log_6(3+x) = \log_6 11$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , высота  $CH$  равна 1, катет  $BC$  равен  $\sqrt{2}$ . Найдите тангенс угла  $A$ .

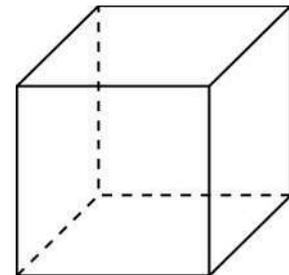
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 7)$ . В какой точке отрезка  $[-3; 6]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Площадь поверхности куба равна 648. Найдите его диагональ.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{(3\sqrt{5} - \sqrt{3})^2}{8 - \sqrt{15}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 40$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  их общее сопротивление задаётся формулой  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ , а для нормальной работы электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 15 Ом. Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Байдарка в 7:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 40 минут, байдарка отправилась назад и вернулась в пункт А в 23:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость байдарки равна 6 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 27x + 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**В заданиях 13–19 запишите полное решение на отдельном чистом листе.**

**13** а) Решите уравнение  $2 \sin \frac{x}{2} + x \cos \frac{x}{2} = \sqrt{3} \cos(2\pi - x)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; -\pi]$ .

**14** В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AC$ . Точка  $K$  — середина ребра  $A_1B_1$ , а точка  $M$  делит ребро  $AC$  в отношении  $AM : MC = 1 : 3$ .

а) Докажите, что  $KM$  перпендикулярно  $AC$ .

б) Найдите угол между прямой  $KM$  и плоскостью  $ABC$ , если  $AB = 12$ ,  $AC = 16$  и  $AA_1 = 6$ .

**15** Решите неравенство  $\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{x^2+x-3}{x+1}} \leq \frac{2}{3} \cdot 2,5^{x - \frac{3}{x+1}}$ .

**16** Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается сторон  $BC$  и  $AC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $E$  и  $F$  — середины сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно. Прямые  $MN$  и  $EF$  пересекаются в точке  $D$ .

а) Докажите, что треугольник  $DFN$  равнобедренный.

б) Найдите площадь треугольника  $BED$ , если  $AB = 20$  и  $\angle ABC = 60^\circ$ .

- 17** 15 января Алексей планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1,5 млн рублей. Условия его возврата следующие:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  — целое число;
  - выплата должна производиться ежемесячно в период со 2-го по 14-е число каждого месяца;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (млн рублей)	1,5	1,2	1	0,7	0,5	0,3	0

Найдите наименьшее значение  $r$ , при котором Алексею в общей сумме придётся выплатить больше 2,2 млн рублей.

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых любое число  $x$  из отрезка  $[3; 5]$  является решением уравнения  $|x - a - 6| + |x + a + 4| = 2a + 10$ .

- 19**
- а) Найдите хотя бы одно такое натуральное число  $n$ , что десятичная запись числа  $n^2 + 2n$  оканчивается всеми цифрами числа  $n$ , записанными в том же порядке.
  - б) Может ли такое число оканчиваться цифрой 3?
  - в) Найдите все такие четырёхзначные числа.

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

10 – 11 класс

17 мая 2019 года

Вариант МА00510

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–12) является целое число, или десятичная дробь, или последовательность цифр. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

*Желаем успеха!*

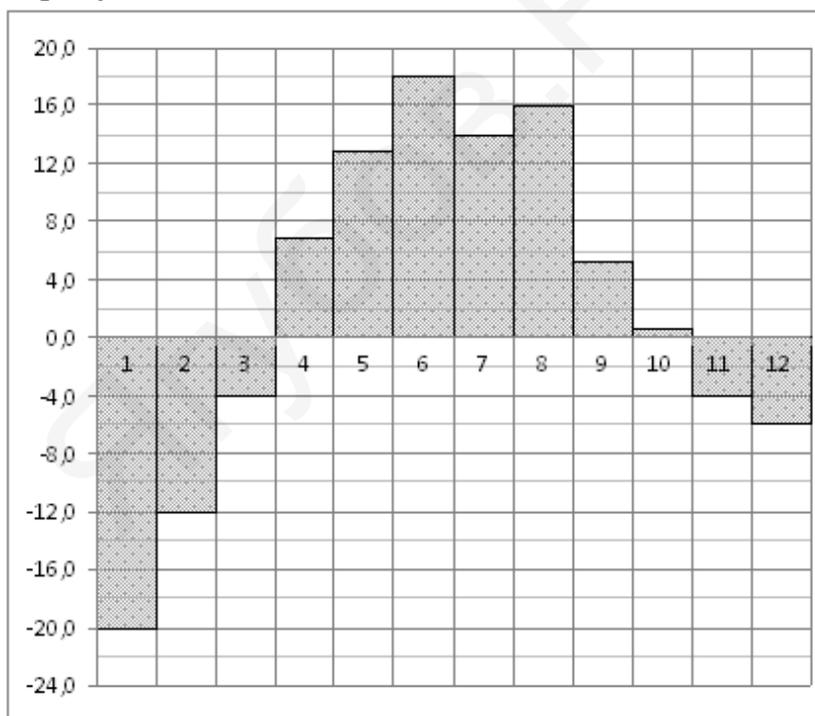
**Часть 1**

**В заданиях 1–12 дайте ответ в виде целого числа, или десятичной дроби, или последовательности цифр.**

- 1** В школе 800 учеников, из них 35 % — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 30 % изучают немецкий язык. Сколько учеников в школе изучают немецкий язык, если в начальной школе немецкий язык не изучается?

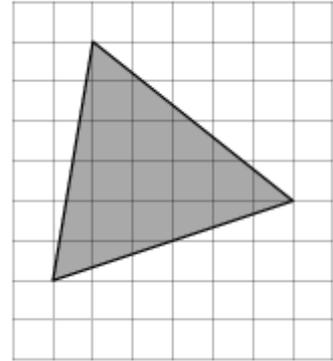
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Тюмени за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме количество месяцев в 1973 году, в которых среднемесячная температура превышала 10 градусов Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 На склад поступили насосы. В среднем, на каждые 496 исправных насосов приходится 4 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.

Ответ: \_\_\_\_\_.

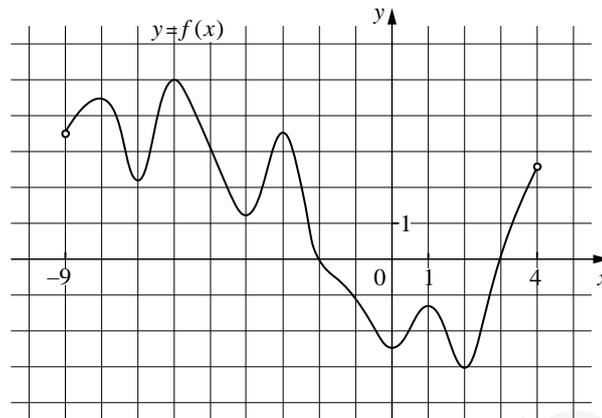
- 5 Найдите корень уравнения  $\log_5(1+x) = \log_5 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , высота  $CH$  равна 8, катет  $BC$  равен 10. Найдите тангенс угла  $A$ .

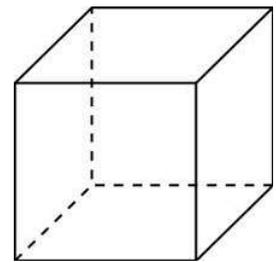
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 4)$ . В какой точке отрезка  $[-8; 3]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Площадь поверхности куба равна 72. Найдите его диагональ.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{12} + \sqrt{2})^2}{7 + \sqrt{24}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 90$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  их общее сопротивление задаётся формулой  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ , а для нормальной работы электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 15 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 14:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость лодки равна 11 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 75x + 14$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**В заданиях 13–19 запишите полное решение на отдельном чистом листе.**

**13** а) Решите уравнение  $2 \sin \frac{x}{2} - x \cos \frac{x}{2} + x = \sqrt{3} \sin(\pi - x)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3\pi; -2\pi]$ .

**14** В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит равнобедренный треугольник  $ABC$  с основанием  $AC$ . Точка  $K$  — середина ребра  $A_1B_1$ , а точка  $M$  делит ребро  $AC$  в отношении  $AM : MC = 1 : 3$ .

а) Докажите, что  $KM$  перпендикулярно  $AC$ .

б) Найдите угол между прямой  $KM$  и плоскостью  $ABB_1$ , если  $AB = 6$ ,  $AC = 8$  и  $AA_1 = 3$ .

**15** Решите неравенство  $\left(\frac{7}{3}\right)^{\frac{x^2+3x-1}{x+2}} \geq \frac{2}{3} \cdot 3,5^{x+1} - \frac{3}{x+2}$ .

**16** Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается сторон  $BC$  и  $AC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $E$  и  $F$  — середины сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно. Прямые  $MN$  и  $EF$  пересекаются в точке  $D$ .

а) Докажите, что треугольник  $DFN$  равнобедренный.

б) Найдите площадь треугольника  $BED$ , если  $AB = 28$  и  $\angle ABC = 60^\circ$ .

- 17** 15 января Андрей планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1,2 млн рублей. Условия его возврата следующие:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  — целое число;
  - выплата должна производиться ежемесячно в период со 2-го по 14-е число каждого месяца;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с таблицей.

Дата	15.02	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (млн рублей)	1,2	1	0,8	0,6	0,3	0,1	0

Найдите наименьшее значение  $r$ , при котором Андрею в общей сумме придётся выплатить больше 1,7 млн рублей.

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых любое число  $x$  из отрезка  $[3; 4]$  является решением уравнения  $|x - a - 5| + |x + a + 1| = 2a + 6$ .

- 19**
- а) Найдите хотя бы одно такое натуральное число  $n$ , что десятичная запись числа  $n^2 + 4n$  оканчивается всеми цифрами числа  $n$ , записанными в том же порядке.
  - б) Может ли такое число оканчиваться цифрой 1?
  - в) Найдите все такие четырёхзначные числа.

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

10 – 11 класс

17 мая 2019 года

Вариант МА00511

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–12) является целое число, или десятичная дробь, или последовательность цифр. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

*Желаем успеха!*

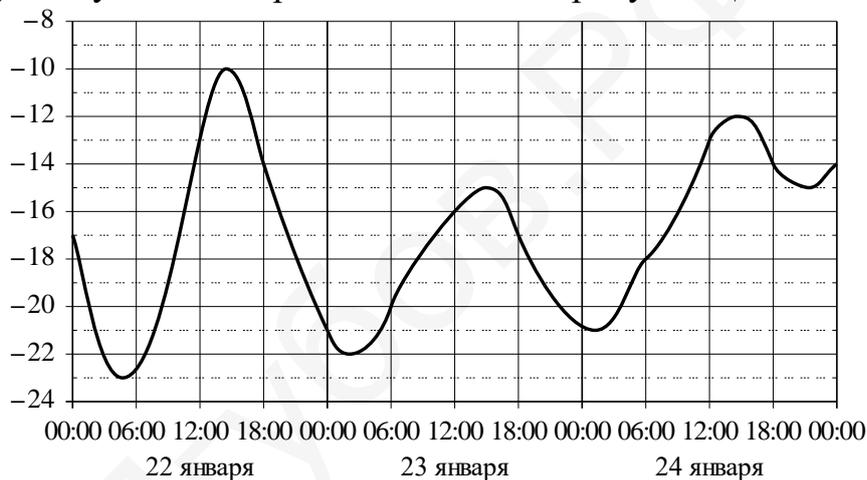
## Часть 1

**В заданиях 1–12 дайте ответ в виде целого числа, или десятичной дроби, или последовательности цифр.**

- 1** Таксист за месяц проехал 5000 км. Цена бензина — 32,5 рублей за литр. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

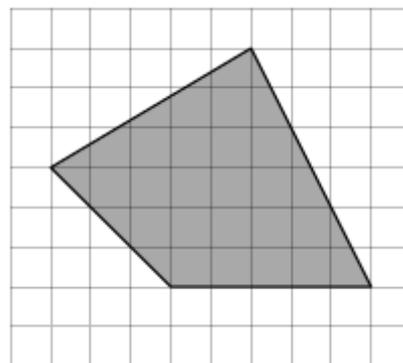
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 24 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь четырехугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 ´ 1 (см. рисунок).



Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 9. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

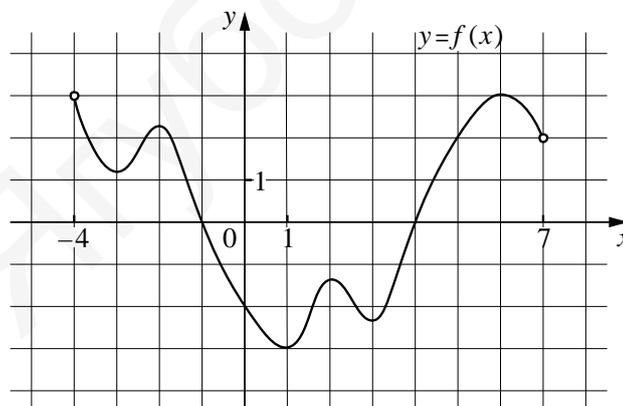
**5** Найдите корень уравнения  $x = \frac{8x + 36}{x + 13}$ .  
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** В треугольнике  $ABC$  стороны  $AC$  и  $BC$  равны,  $AB = 14$ ,  $\sin A = 0,96$ . Найдите  $AC$ .

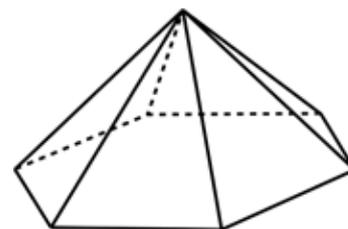
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 7)$ . Найдите наибольший корень уравнения  $f'(x) = 0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 50, боковые рёбра равны 65. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Найдите значение выражения  $5^{\frac{2}{9}} \times 25^{\frac{7}{18}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет неотрицательной во всех точках траектории. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна  $P = m \frac{v^2}{L} - mg$ , где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведёрка в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте, что  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 250 см? Ответ выразите в м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Два принтера печатают одинаковый текст. Первый принтер печатает в минуту 20 страниц текста, а второй — 24 страницы. Они одновременно начали, но первый принтер закончил печать на 37 секунд позже, чем второй. Сколько страниц в тексте?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите точку минимума функции  $y = \sqrt{x^2 + 6x + 15}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**В заданиях 13–19 запишите полное решение на отдельном чистом листе.**

**13** а) Решите уравнение  $(2 - 3x - 2x^2)(2 \sin x - \sqrt{3}) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

**14** Плоскость  $\alpha$  проходит через середину ребра  $AD$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $ABC$  равен углу между прямыми  $BB_1$  и  $B_1D$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $ABC$ , если объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен  $48\sqrt{3}$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$  и  $AD = 6$ .

**15** Решите неравенство  $\frac{18 - x^2 - 3x}{x^2 + 6x} \leq 1 + \frac{3}{x + 2}$ .

**16** На продолжении стороны  $AC$  за вершину  $A$  треугольника  $ABC$  отложен отрезок  $AD$ , равный стороне  $AB$ . Прямая, проходящая через точку  $A$  параллельно  $BD$ , пересекает сторону  $BC$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что  $AM$  — биссектриса угла  $BAC$ .

б) Найдите площадь трапеции  $AMB D$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 54 и известно отношение  $AC : AB = 5 : 4$ .

**17** 15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в пятый месяц кредитования нужно выплатить 44 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |x - a| + 2|y - a| = 5, \\ xy - x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

**19** а) Найдите хотя бы одно такое натуральное число  $n$ , что десятичная запись числа  $n^2 + 4n$  оканчивается всеми цифрами числа  $n$ , записанными в том же порядке.

б) Может ли такое число оканчиваться цифрой 1?

в) Найдите все такие четырёхзначные числа.

## Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

10 – 11 класс

17 мая 2019 года

Вариант МА00512

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение тренировочной работы по математике даётся 235 минут. Работа включает в себя 19 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–12) является целое число, или десятичная дробь, или последовательность цифр. Запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями.

В заданиях части 2 (13–19) требуется записать полное решение на отдельном чистом листе.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

*Желаем успеха!*

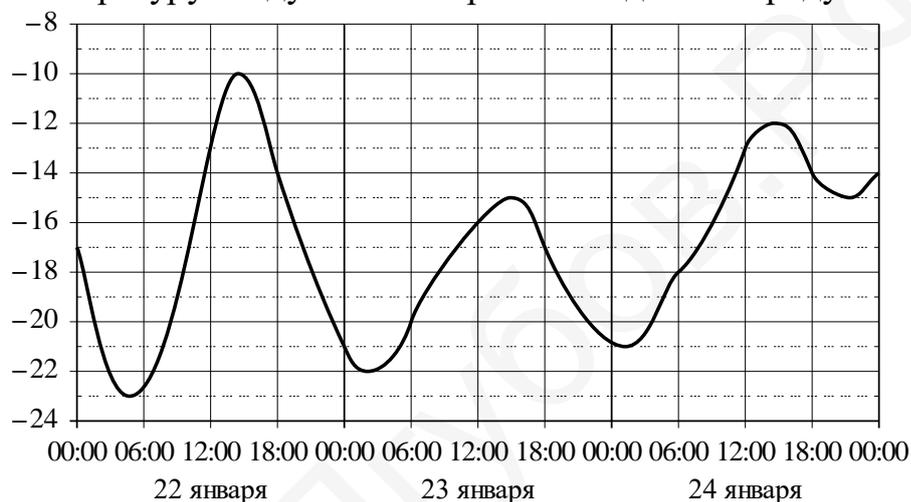
## Часть 1

**В заданиях 1–12 дайте ответ в виде целого числа, или десятичной дроби, или последовательности цифр.**

- 1** Таксист за месяц проехал 6000 км. Цена бензина — 34 рубля за литр. Средний расход бензина на 100 км составляет 8 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

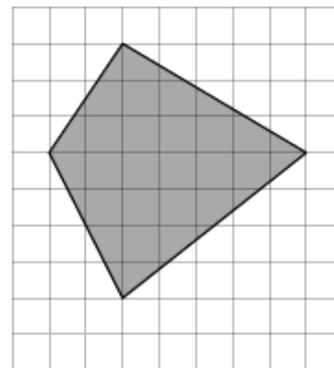
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 23 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1´1 (см. рисунок).



Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 6. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

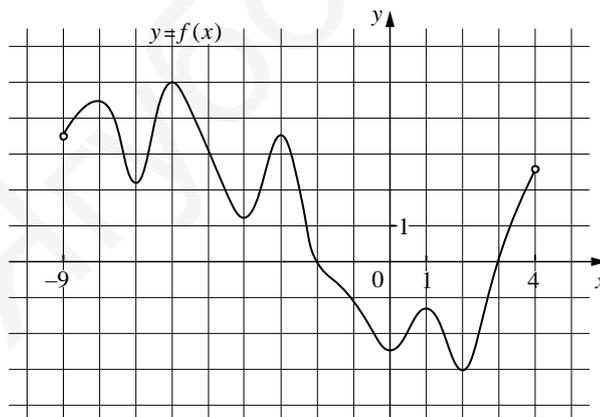
**5** Найдите корень уравнения  $x = \frac{9x - 20}{x + 18}$ .  
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** В треугольнике  $ABC$  стороны  $AC$  и  $BC$  равны,  $AB = 18$ ,  $\sin A = 0,8$ . Найдите  $AC$ .

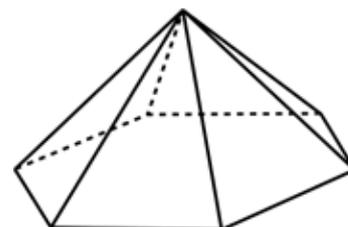
Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 4)$ . Найдите наибольший корень уравнения  $f'(x) = 0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 16, боковые рёбра равны 17. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Найдите значение выражения  $4^{\frac{1}{6}} \times 16^{\frac{5}{12}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет неотрицательной. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна  $P = m \frac{v^2}{L} - g$ , где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведёрка в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте, что  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 202,5 см? Ответ выразите в м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Два принтера печатают одинаковый текст. Первый принтер печатает в минуту 12 страниц текста, а второй — 21 страницу. Они одновременно начали, но первый принтер закончил печать на 1 минуту 45 секунд позже, чем второй. Сколько страниц в тексте?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите точку минимума функции  $y = \sqrt{x^2 + 8x + 27}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**В заданиях 13–19 запишите полное решение на отдельном чистом листе.**

13

а) Решите уравнение  $(3x^2 - 19x + 20)(2\cos x + \sqrt{3}) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left(\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right)$ .

14

Плоскость  $\alpha$  проходит через середину ребра  $AD$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  перпендикулярно прямой  $BD_1$ .

а) Докажите, что угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $ABC$  равен углу между прямыми  $BB_1$  и  $B_1D$ .

б) Найдите угол между плоскостью  $\alpha$  и плоскостью  $ABC$ , если объём параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен  $10\sqrt{33}$ ,  $AB = \sqrt{11}$  и  $AD = 5$ .

15

Решите неравенство  $\frac{20 + x - x^2}{x^2 - 5x} \leq 1 - \frac{2}{x - 1}$ .

16

На продолжении стороны  $AC$  за вершину  $A$  треугольника  $ABC$  отложен отрезок  $AD$ , равный стороне  $AB$ . Прямая, проходящая через точку  $A$  параллельно  $BD$ , пересекает сторону  $BC$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что  $AM$  — биссектриса угла  $BAC$ .

б) Найдите площадь трапеции  $AMBD$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 216 и известно отношение  $AC : AB = 5 : 4$ .

17

15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в восьмой месяц кредитования нужно выплатить 29 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 3|x - 2a| + 2|y - a| = 6, \\ xy - x - 2y + 2 = 0 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

**19** а) Найдите хотя бы одно такое натуральное число  $n$ , что десятичная запись числа  $n^2 + 2n$  оканчивается всеми цифрами числа  $n$ , записанными в том же порядке.

б) Может ли такое число оканчиваться цифрой 3?

в) Найдите все такие четырёхзначные числа.