

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

13 марта 2019 года

Вариант МА10409

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

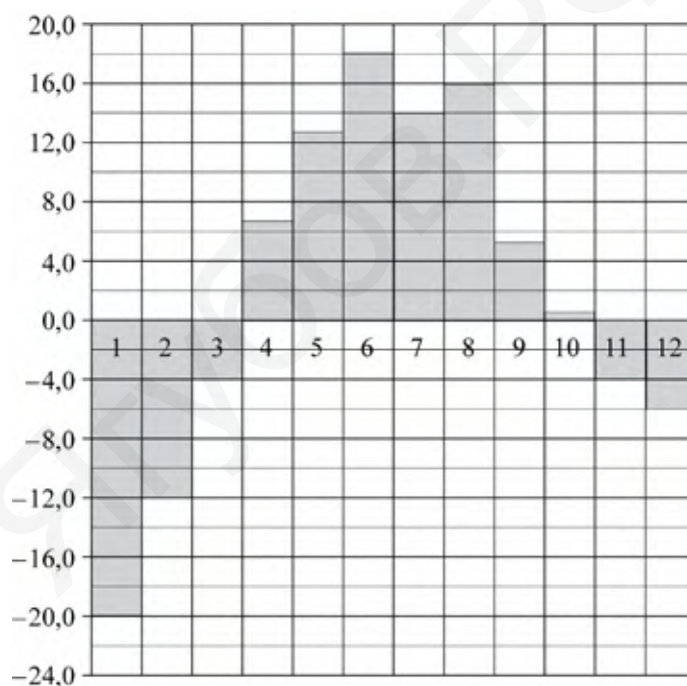
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Бегун пробежал 126 м за 18 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

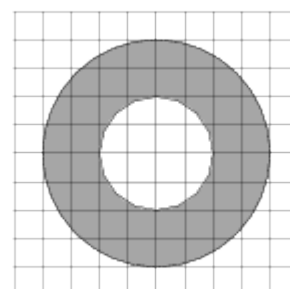
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой в 1973 году.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 16. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Ответ: _____.

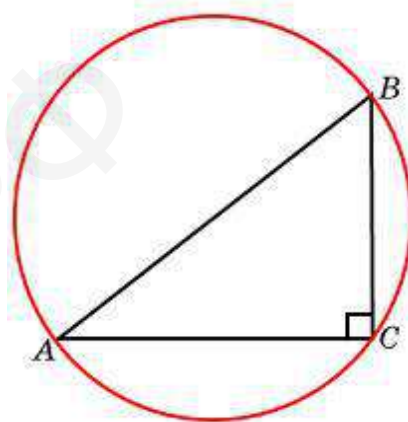
- 4 В группе 16 учащихся, среди них два друга — Михаил и Олег. Группу случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $9^{2+5x} = 1,8 \times 5^{2+5x}$.

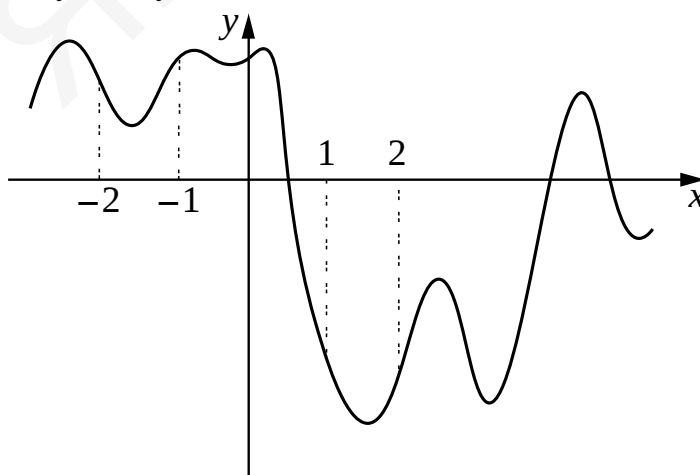
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 7$, $BC = \sqrt{15}$. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки -2 , -1 , 1 , 2 . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

- 8** Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 8, боковое ребро равно 16. Найдите объём пирамиды.

Ответ: _____.

Часть 2

- 9** Найдите $\log_a \frac{a^2}{b^5}$, если $\log_a b = -7$.

Ответ: _____.

- 10** Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на холме, видит горизонт на расстоянии 8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 11,2 километров?

Ответ: _____.

- 11** Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть — со скоростью 90 км/ч, а последнюю — со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12** Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 225}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos x + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\sin x$.
- б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

- 14** В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 6. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.
- а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.
- б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

- 15** Решите неравенство $|x+1| - \frac{6}{|x+1|} \leq 5$.

- 16** Дан треугольник ABC со сторонами $AC = 30$, $BC = 40$ и $AB = 50$. Вписанная в него окружность с центром I касается стороны BC в точке L , M — середина BC , AP — биссектриса треугольника ABC , O — центр описанной около него окружности.
- а) Докажите, что P — середина отрезка LM .
- б) Пусть прямые OI и AC пересекаются в точке K , а продолжение биссектрисы AP пересекает описанную окружность в точке Q . Найдите площадь четырёхугольника $OKCQ$.

- 17** По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 20 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 13 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число n млн рублей в первый и второй годы, а также целое число m млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения n и m , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утроятся.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 4x^2 - ax + 6 = 0$$

имеет единственный корень на отрезке $[-2; 2]$.

19

а) Приведите пример 5 различных натуральных чисел, расставленных по кругу так, что наименьшее общее кратное любых двух соседних чисел равно 105.

б) Можно ли расставить по кругу 8 различных натуральных чисел так, чтобы наименьшее общее кратное двух соседних чисел равнялось 300, а наибольший общий делитель любых трёх подряд идущих чисел равнялся 1?

в) Какое наибольшее количество чисел можно расставить по кругу так, чтобы наименьшее общее кратное любых двух соседних чисел было равно 60?

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

13 марта 2019 года

Вариант МА10410

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

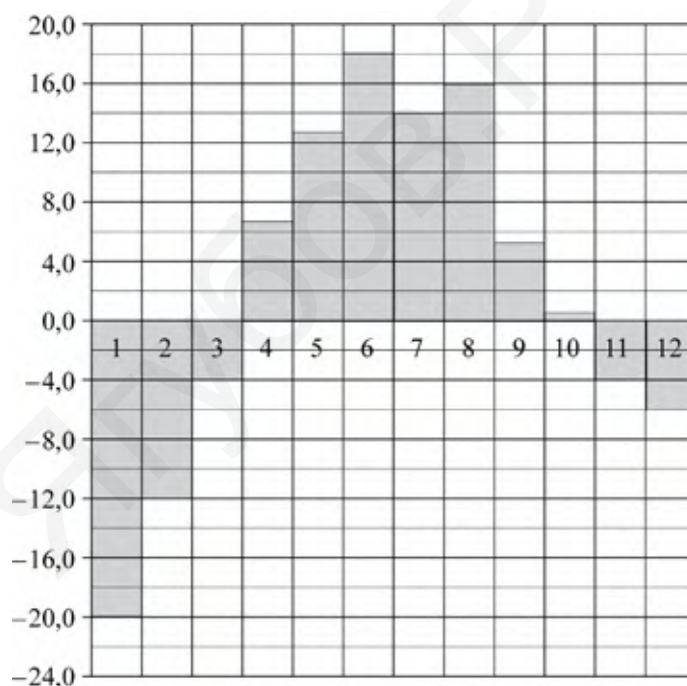
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Бегун пробежал 120 м за 15 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

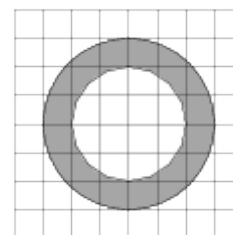
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой в 1973 году.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 8. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Ответ: _____.

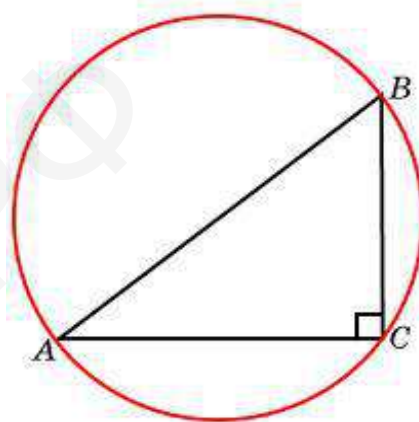
- 4 В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $6^{2-5x} = 0,6 \times 10^{2-5x}$.

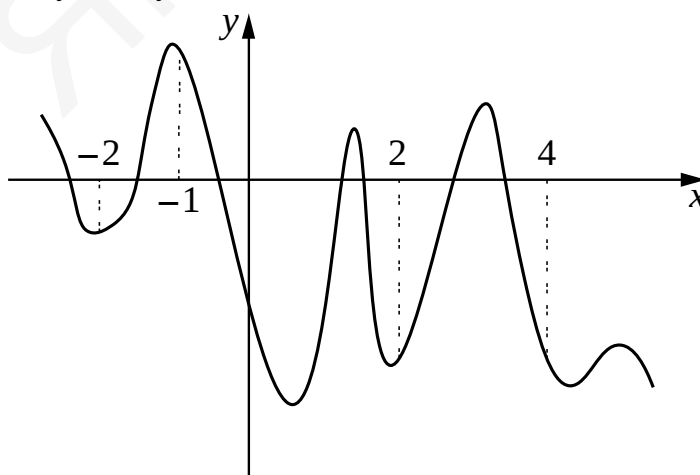
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 16$, $BC = 30$. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки -2 , -1 , 2 , 4 . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

- 8** Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 6, боковое ребро равно 12. Найдите объём пирамиды.

Ответ: _____.

Часть 2

- 9** Найдите $\log_a \frac{a^4}{b^3}$, если $\log_a b = -14$.

Ответ: _____.

- 10** Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на холме, видит горизонт на расстоянии 7,2 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 10,4 километров?

Ответ: _____.

- 11** Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 100 км/ч, вторую треть — со скоростью 75 км/ч, а последнюю — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12** Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 169}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos x + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\sin x$.
- б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$.

- 14** В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 4. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.
- а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.
- б) Найдите тангенс угла между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

- 15** Решите неравенство $|x - 1| - \frac{6}{|x - 1|} \leq 1$.

- 16** Дан треугольник ABC со сторонами $AC = 6$, $BC = 8$ и $AB = 10$. Вписанная в него окружность с центром I касается стороны BC в точке L , M — середина BC , AP — биссектриса треугольника ABC , O — центр описанной около него окружности.
- а) Докажите, что P — середина отрезка LM .
- б) Пусть прямые OI и AC пересекаются в точке K , а продолжение биссектрисы AP пересекает описанную окружность в точке Q . Найдите площадь четырёхугольника $OKCQ$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 10 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число n млн рублей в первый и второй годы, а также целое число m млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения n и m , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утроятся.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^3 + 2x^2 - ax + 4 = 0$$

имеет единственный корень на отрезке $[-1; 2]$.

19 а) Приведите пример 5 различных натуральных чисел, расставленных по кругу так, что наименьшее общее кратное любых двух соседних чисел равно 30.

б) Можно ли расставить по кругу 8 различных натуральных чисел так, чтобы наименьшее общее кратное двух соседних чисел равнялось 450, а наибольший общий делитель любых трёх подряд идущих чисел равнялся 1?

в) Какое наибольшее количество чисел можно расставить по кругу так, чтобы наименьшее общее кратное любых двух соседних чисел было равно 150?

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

13 марта 2019 года

Вариант МА10411

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

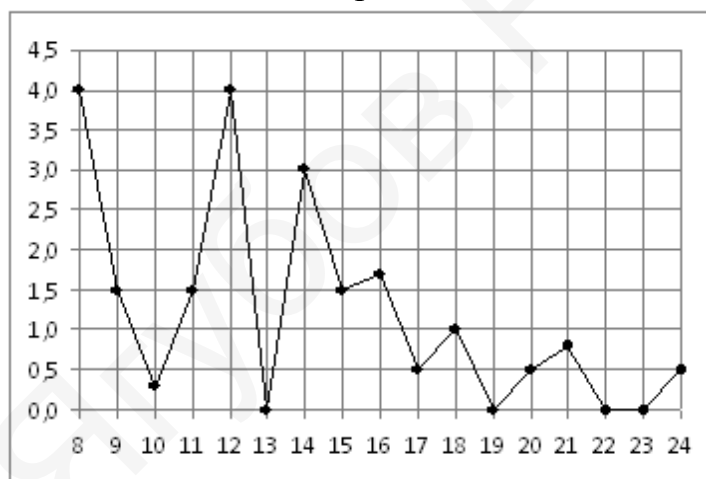
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Задачу № 1 правильно решили 20 000 человек, что составляет 80 % выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

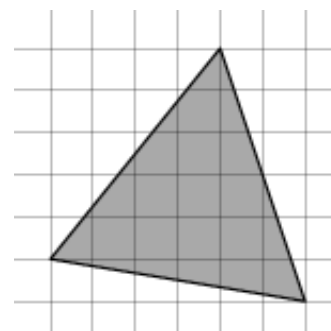
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало меньше 2 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1´1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 4 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,03. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

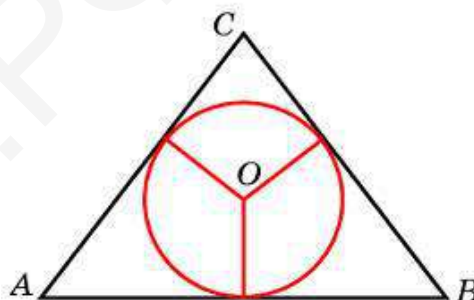
Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $3^{\log_{27}(3x-2)} = 7$.

Ответ: _____.

- 6 Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 13, основание равно 24. Найдите радиус вписанной окружности.

Ответ: _____.

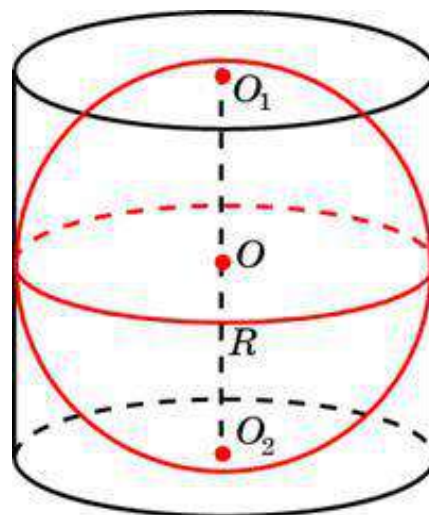


- 7 Прямая $y = 4x + 6$ является касательной к графику функции $y = 2x^2 + 16x + c$. Найдите c .

Ответ: _____.

- 8 Шар, объём которого равен 60, вписан в цилиндр. Найдите объём цилиндра.

Ответ: _____.



Часть 2

- 9** Найдите значение выражения $\frac{g(x+7)}{g(x+4)}$, если $g(t) = 2^t$.

Ответ: _____.

- 10** Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{n_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $n_0 = 10$ м/с — начальная скорость мяча, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мяч пролетит 5 м?

Ответ: _____.

- 11** Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 15 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 25 часов после отплытия из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Ответ: _____.

- 12** Найдите точку минимума функции $y = \frac{225}{x} + x + 6$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{13\sin^2 x - 5\sin x}{13\cos x + 12} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14

Через середину бокового ребра правильной треугольной пирамиды проведена плоскость α , перпендикулярная этому ребру. Известно, что она пересекает остальные боковые рёбра и разбивает пирамиду на два многогранника, объёмы которых относятся как 1 к 3.

а) Докажите, что плоский угол при вершине пирамиды равен 45° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α , если боковое ребро пирамиды равно 4.

15

Решите неравенство $\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4^3 \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x)$.

16

Дана трапеция $KLMN$ с основаниями KN и LM . Около треугольника KLN описана окружность, прямые LM и MN — касательные к этой окружности.

а) Докажите, что треугольники LMN и KLN подобны.

б) Найдите площадь треугольника KLN , если известно, что $KN = 3$, а $\angle LMN = 120^\circ$.

- 17** Андрей планирует 15-го декабря взять в банке кредит на 3 года в размере 1 655 000 рублей. Сотрудник банка предложил Андрею два различных плана погашения кредита, описание которых приведено в таблице.

План 1	— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года; — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; — кредит должен быть полностью погашен за три года тремя равными платежами.
План 2	— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца; — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; — 15-го числа каждого месяца долг с 1-го по 35-й долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на одну и ту же сумму; — к 15-му числу 36-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей меньше окажется общая сумма выплат Андрея банку по более выгодному плану погашения кредита?

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left(x^2 + \sqrt{a-x}\right)^2 = \left(2x+1+\sqrt{a-x}\right)^2$$

имеет единственный корень на отрезке $[-1; 1]$.

- 19** Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_7$ ровно три числа делятся на 100?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{49}$ ровно 11 чисел делятся на 100?

в) Для какого наибольшего натурального n может оказаться так, что среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ больше кратных 100, чем среди чисел $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$?

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

13 марта 2019 года

Вариант МА10412

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

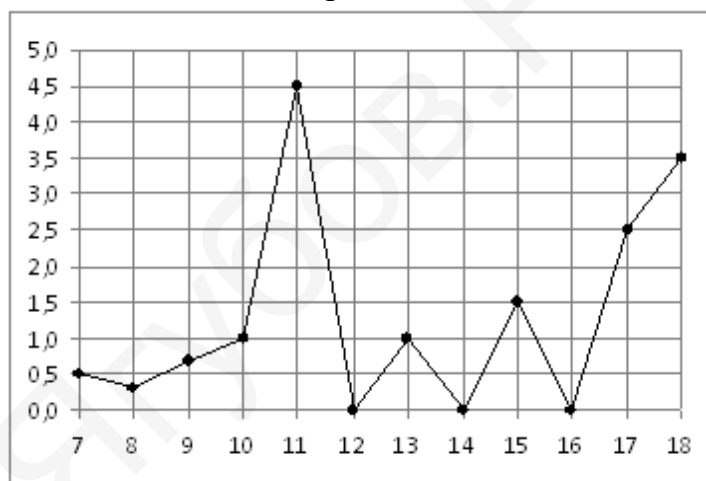
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Задачу №1 правильно решили 21 000 человек, что составляет 70 % выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

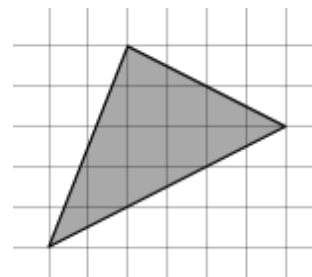
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало менее 2 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1´1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

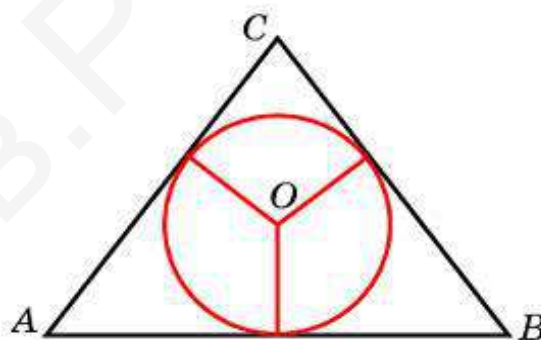
- 4 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $2^{\log_8(4x-5)} = 7$.

Ответ: _____.

- 6 Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 17, основание равно 16. Найдите радиус вписанной окружности.

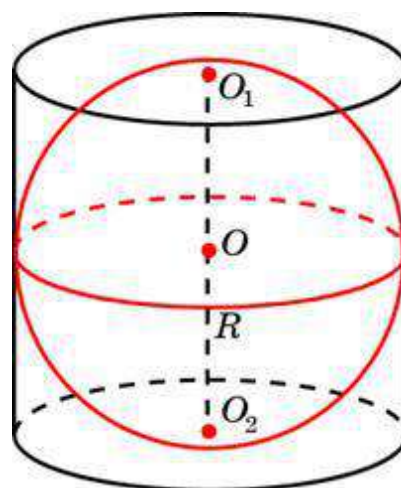


Ответ: _____.

- 7 Прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $y = x^2 + 13x + c$. Найдите c .

Ответ: _____.

- 8 Шар, объём которого равен 42, вписан в цилиндр. Найдите объём цилиндра.



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\frac{g(x+3)}{g(x+1)}$, если $g(t) = 3^t$.

Ответ: _____.

10

Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{n_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $n_0 = 10$ м/с — начальная скорость мяча, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мяч пролетит 10 м?

Ответ: _____.

11

Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 20 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 42 часа после отплытия из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Ответ: _____.

12

Найдите точку минимума функции $y = \frac{400}{x} + x + 7$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{5\sin^2 x - 3\sin x}{5\cos x + 4} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14

Через середину бокового ребра правильной треугольной пирамиды проведена плоскость α , перпендикулярная этому ребру. Известно, что она пересекает остальные боковые рёбра и разбивает пирамиду на два многогранника, объёмы которых относятся как 1 к 3.

а) Докажите, что плоский угол при вершине пирамиды равен 45° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α , если боковое ребро пирамиды равно 2.

15

Решите неравенство $\log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{19}}{6}} 5^3 \log_{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{19}}{6}} (7 - 2^x)$.

16

Дана трапеция $KLMN$ с основаниями KN и LM . Около треугольника KLN описана окружность, прямые LM и MN — касательные к этой окружности.

а) Докажите, что треугольники LMN и KLN подобны.

б) Найдите площадь треугольника KLN , если известно, что $KN = 6$, а $\angle LMN = 120^\circ$.

- 17** Михаил планирует 15-го декабря взять в банке кредит на 3 года в размере 364 000 рублей. Сотрудник банка предложил Михаила два различных плана погашения кредита, описание которых приведено в таблице.

План 1	— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года; — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; — кредит должен быть полностью погашен за три года тремя равными платежами.
План 2	— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца; — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; — 15-го числа каждого месяца долг с 1-го по 35-й долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на одну и ту же сумму; — к 15-му числу 36-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей меньше окажется общая сумма выплат Михаила банку по более выгодному плану погашения кредита?

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left(x^2 + \sqrt{2x - a}\right)^2 = \left(2x - 1 - \sqrt{2x - a}\right)^2$$

имеет единственный корень на отрезке $[-1; 1]$.

- 19** Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел.

- Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_7$ ровно три числа делятся на 36?
- Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{30}$ ровно 9 чисел делятся на 36?
- Для какого наибольшего натурального n может оказаться так, что среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ больше кратных 36, чем среди чисел $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$?