

Диагностическая работа №3 по МАТЕМАТИКЕ**11 класс**

24 января 2019 года

Вариант МА10309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Часть 1**

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

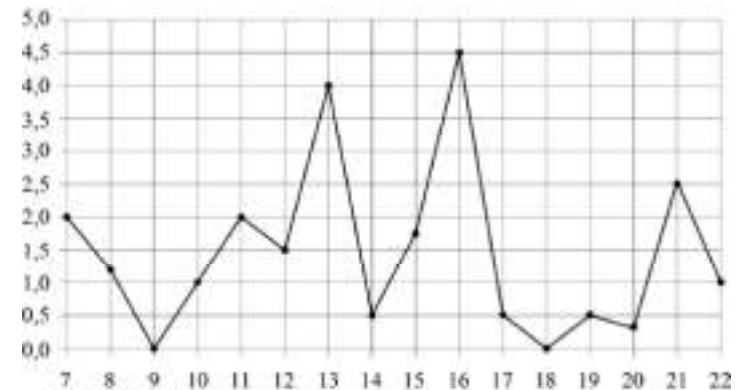
1

В доме, где живёт Оля, 9 этажей и несколько подъездов. В каждом подъезде на каждом этаже находится по 3 квартиры. Оля живёт в квартире № 78. В каком подъезде находится квартира Оли?

Ответ: _____.

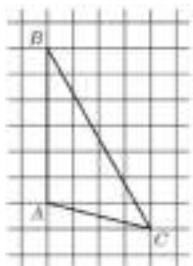
2

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Мурманске с 7 по 22 ноября 1995 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней в этот период выпадало более 3 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \cdot 1$ изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



Ответ: _____.

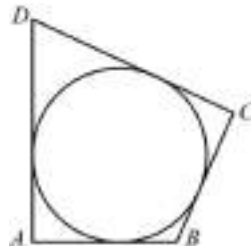
- 4 Фабрика выпускает сумки. В среднем 12 сумок из 150 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $2^{1-4x} = 32$.

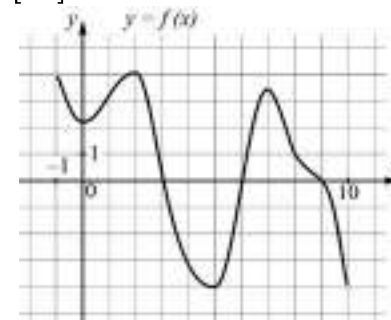
Ответ: _____.

- 6 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 44$, $CD = 55$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



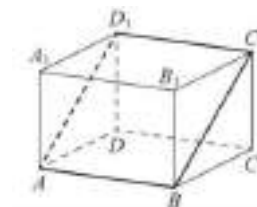
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-1; 10)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[4; 8]$.



Ответ: _____.

- 8 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 3$, $AD = 6$, $AA_1 = 8$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 .



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\sqrt{32} \cos^2 \frac{5\pi}{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{5\pi}{8}$.

Ответ: _____.

- 10 Автомобиль массой m кг начинает тормозить и проходит до полной остановки путь S м. Сила трения F (в Н), масса автомобиля m (в кг), время t (в с) и пройденный путь S (в м) связаны соотношением $F = \frac{2mS}{t^2}$.

Определите, сколько секунд заняло торможение, если известно, что сила трения равна 2000 Н, масса автомобиля — 1500 кг, путь — 600 м.

Ответ: _____.

- 11 Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 \cdot 81}{x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{\log_2^2(\sin x) \cdot \log_2(\sin x)}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

- 14 В основании правильной четырёхугольной пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Противоположные боковые грани пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MC .

- а) Докажите, что плоскость α параллельна ребру MD .
б) Найдите угол между плоскостью α и прямой AC .

15 Решите неравенство $\frac{x^2 - 3x - 2}{x^2 - 3x - 2} \cdot \frac{x^2 - 3x + 16}{x^2 - 3x} \leq 0$.

- 16 На сторонах AC и BC треугольника ABC вне его построены квадраты $ACDE$ и $CBFG$. Точка M — середина стороны AB .

- а) Докажите, что точка M равноудалена от центров квадратов.
б) Найдите площадь треугольника DMG , если $AC = 6$, $BC = 8$, $AB = 10$.

- 17** В июле 2019 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022
Долг (в млн рублей)	S	$0,6S$	$0,25S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$4(ax - x^2) + \frac{1}{ax - x^2} + 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня на промежутке $[-1; 1)$.

- 19** Все члены возрастающих арифметических прогрессий $a_1, a_2, \dots$ и $b_1, b_2, \dots$ являются натуральными числами.
- а) Приведите пример таких прогрессий, для которых $a_1b_1 + 2a_3b_3 = 4a_2b_2$.
- б) Существуют ли такие прогрессии, для которых $2a_1b_1 + a_4b_4 = 3a_2b_2$?
- в) Какое наибольшее значение может принимать произведение a_2b_2 , если $2a_1b_1 + a_4b_4 \leq 210$?

Диагностическая работа №3 по МАТЕМАТИКЕ**11 класс**

24 января 2019 года

Вариант МА10310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Часть 1**

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

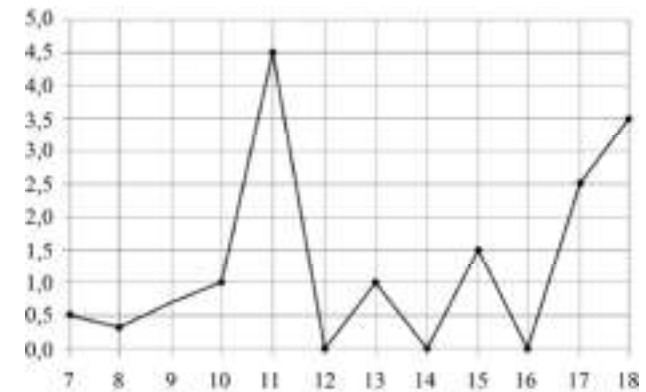
1

В доме, где живёт Маша, 9 этажей и несколько подъездов. В каждом подъезде на каждом этаже находится по 3 квартиры. Маша живёт в квартире № 96. В каком подъезде находится квартира Маши?

Ответ: _____.

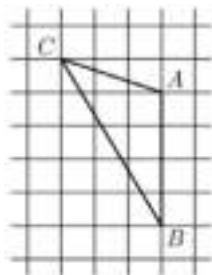
2

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней в этот период выпадало более 2 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \cdot 1$ изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .



Ответ: _____.

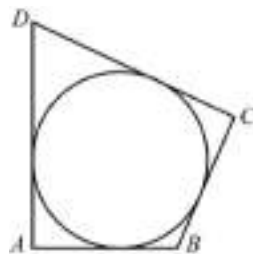
- 4 Фабрика выпускает сумки. В среднем 14 сумок из 200 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $2^{1-3x} = 16$.

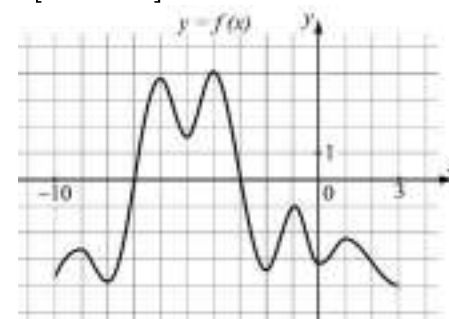
Ответ: _____.

- 6 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 22$, $CD = 29$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.



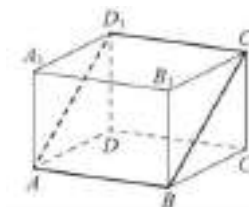
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-10; 3)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-7, 5; -2, 5]$.



Ответ: _____.

- 8 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 6$, $AD = 5$, $AA_1 = 12$. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 .



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\sqrt{50} \cos^2 \frac{11\pi}{8} - \sqrt{50} \sin^2 \frac{11\pi}{8}$.

Ответ: _____.

- 10 Автомобиль массой m кг начинает тормозить и проходит до полной остановки путь S м. Сила трения F (в Н), масса автомобиля m (в кг), время t (в с) и пройденный путь S (в м) связаны соотношением $F = \frac{2mS}{t^2}$.

Определите, сколько секунд заняло торможение, если известно, что сила трения равна 2800 Н, масса автомобиля — 2100 кг, путь — 150 м.

Ответ: _____.

- 11 Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 6 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 63 км/ч, и через 45 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 \cdot 169}{x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{\log_2^2(\sin x) \cdot \log_2(\sin x)}{2 \cos x \cdot \sqrt{3}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

- 14 В основании правильной четырёхугольной пирамиды $MABCD$ лежит квадрат $ABCD$. Противоположные боковые грани пирамиды попарно перпендикулярны. Через середины рёбер MA и MB проведена плоскость α , параллельная ребру MD .

- а) Докажите, что плоскость α параллельна ребру MC .
б) Найдите угол между плоскостью α и прямой BD .

15 Решите неравенство $\frac{x^2 - 4x - 3}{x^2 - 4x + 3} \cdot \frac{x^2 - 4x - 24}{x^2 - 4x} \geq 0$.

- 16 На сторонах AC и BC треугольника ABC вне его построены квадраты $ACDE$ и $CBFG$. Точка M — середина стороны AB .

- а) Докажите, что точка M равноудалена от центров квадратов.
б) Найдите площадь треугольника DMG , если $AC = 30$, $BC = 40$, $AB = 50$.

- 17** В июле 2019 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022
Долг (в млн рублей)	S	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(ax - x^2) + \frac{1}{ax - x^2} \cdot 2 = 0$$

имеет ровно два различных корня на промежутке $(-2; 2]$.

- 19** Все члены возрастающих арифметических прогрессий $a_1, a_2, \dots$ и $b_1, b_2, \dots$ являются натуральными числами.
- а) Приведите пример таких прогрессий, для которых $a_1 b_1 \cdot a_3 b_3 = 3 a_2 b_2$.
- б) Существуют ли такие прогрессии, для которых $a_1 b_1 \cdot 2 a_4 b_4 = 3 a_3 b_3$?
- в) Какое наибольшее значение может принимать произведение $a_3 b_3$, если $a_1 b_1 \cdot 2 a_4 b_4 \cdot 300$?

Диагностическая работа №3 по МАТЕМАТИКЕ**11 класс**

24 января 2019 года

Вариант МА10311

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Часть 1**

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

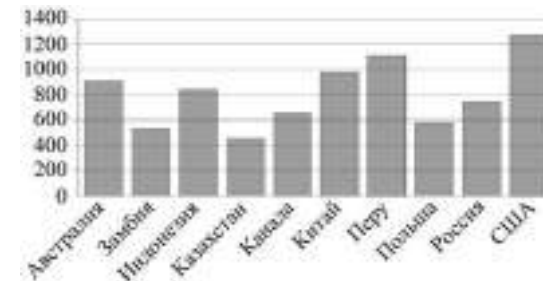
1

Диагональ экрана телевизора равна 60 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: _____.

2

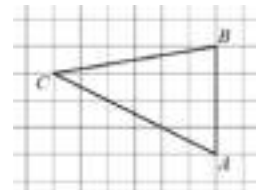
На диаграмме показано распределение выплавки меди (в тысячах тонн) в 10 странах мира в 2006 году. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?



Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1·1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AB .



Ответ: _____.

4

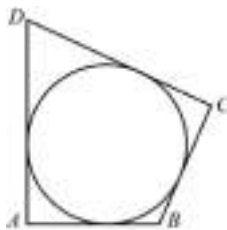
Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент остановились. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 3, но не дойдя до отметки 6.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\frac{1}{13}x^2 = 1\frac{3}{13}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

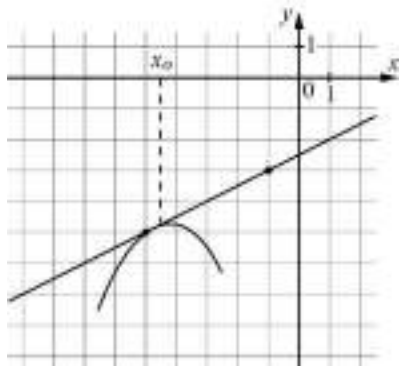
Ответ: _____.

- 6 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB=12$, $BC=15$ и $CD=19$. Найдите сторону AD .



Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

- 8 В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 100. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\log_a(a^3b^8)$, если $\log_a b = -10$.

Ответ: _____.

- 10 Груз колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$ (в м/с), где t — время с момента начала колебаний (в с), $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 1,5$ м/с. Кинетическая энергия E груза массой m (в кг) равна $E = \frac{mv^2}{2}$ (в Дж), где v — скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза в момент времени $t = 2$ секунды после начала колебаний, если масса груза равна 0,16 кг. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

- 11 Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 12 часов. Через 4 часа после того, как первый приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько всего часов работал первый рабочий?

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = \frac{1}{3}x\sqrt{x} - 3x + 59$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \cos 2x$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.
- 14 Дан прямой круговой цилиндр высотой 9 и радиусом 2. В одном из оснований проведена хорда AB , равная радиусу основания, а в другом основании проведён диаметр CD , перпендикулярный прямой AB . Построено сечение цилиндра плоскостью $ABNM$, перпендикулярной прямой CD , причём точка C и центр основания цилиндра, содержащего отрезок CD , лежат по одну сторону от плоскости сечения.
- а) Докажите, что диагонали четырёхугольника $ABNM$ равны.
- б) Найдите объём пирамиды $CABNM$.
- 15 Решите неравенство
- $$\log_2(x+1)^2 \cdot \log_{\frac{1}{3}} x^2 - 4\log_2(x+1) - 4\log_3(-x) + 4 > 0.$$
- 16 Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .
- а) Докажите, что $\angle ABM = 30^\circ$.
- б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 9$.
- 17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 12 % сумму, имеющуюся на вкладе, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 14 % в течение каждого из первых двух лет. Какое наименьшее целое число процентов должен начислить банк по вкладу «Б» за третий год, чтобы вклад «Б» оказался выгоднее вклада «А»?

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
- $$\sqrt{x^4 - 4x^2 + 9a^2} = x^2 + 2x - 3a$$
- имеет ровно 3 корня.

- 19 У Вовы есть набор из n грузиков попарно различных натуральных масс в граммах и чашечные весы, которые находятся в равновесии, если на каждой из двух их чаш лежат грузики с одинаковыми суммарными массами. Известно, что, какие бы два из них ни положили на одну чашу весов, всегда можно положить на другую чашу один или несколько из оставшихся грузиков так, что весы уравновесятся.
- а) Может ли у Вовы быть ровно 6 грузиков, среди которых есть грузик массой 5 г?
- б) Может ли у Вовы быть ровно 5 грузиков?
- в) Известно, что среди грузиков Вовы есть грузик массой 1 г. Какую наименьшую массу может иметь самый тяжёлый грузик Вовы?

Диагностическая работа №3 по МАТЕМАТИКЕ**11 класс**

24 января 2019 года

Вариант МА10312

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!**Часть 1**

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

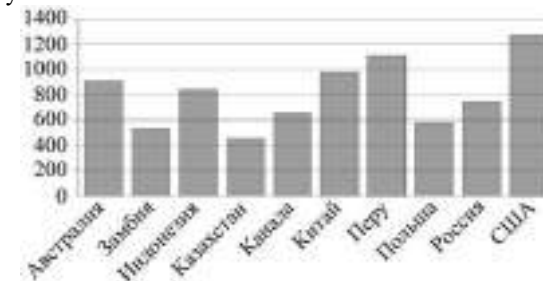
1

Диагональ экрана телевизора равна 40 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Ответ: _____.

2

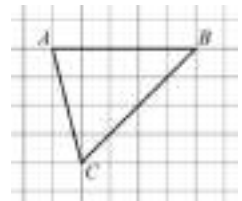
На диаграмме показано распределение выплавки меди (в тысячах тонн) в 10 странах мира в 2006 году. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимало Перу?



Ответ: _____.

3

На клетчатой бумаге с размером клетки 1·1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AB .



Ответ: _____.

4

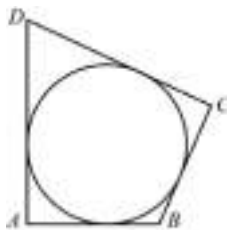
Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент остановились. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 2, но не дойдя до отметки 5.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

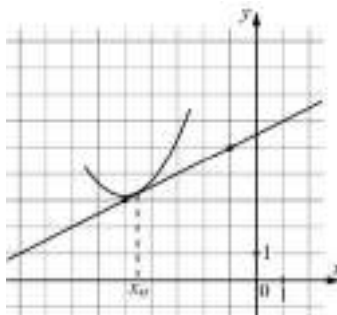
Ответ: _____.

- 6 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 18$, $BC = 14$ и $CD = 25$. Найдите сторону AD .



Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

- 8 В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 70. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $\log_a(a^2b^9)$, если $\log_a b = -4$.

Ответ: _____.

- 10 Груз колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$ (в м/с), где t — время с момента начала колебаний (в с), $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия E груза массой m (в кг) равна $E = \frac{mv^2}{2}$ (в Дж), где v — скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза в момент времени $t = 4$ секунды после начала колебаний, если масса груза равна 0,4 кг. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

- 11 Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 8 часов. Через 2 часа после того, как первый приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько всего часов работал первый рабочий?

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции $y = \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 10x + 6$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \cos 2x$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi \right]$.
- 14 Дан прямой круговой цилиндр высотой 3 и радиусом 8. В одном из оснований проведена хорда AB , равная радиусу основания, а в другом основании проведён диаметр CD , перпендикулярный прямой AB . Построено сечение цилиндра плоскостью $ABNM$, перпендикулярной прямой CD , причём точка C и центр основания цилиндра, содержащего отрезок CD , лежат по одну сторону от плоскости сечения.
- а) Докажите, что диагонали четырёхугольника $ABNM$ равны.
- б) Найдите объём пирамиды $CABNM$.
- 15 Решите неравенство
- $$\log_5(x \cdot 2)^2 \cdot \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 4 \log_5(x+2) - 4 \log_2(x) + 4 \cdot 0.$$
- 16 Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .
- а) Докажите, что $\angle ABM = 30^\circ$.
- б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 6\sqrt{21}$.
- 17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 12 % сумму, имеющуюся на вкладе, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 13 % в течение каждого из первых двух лет. Какое наименьшее целое число процентов должен начислить банк по вкладу «Б» за третий год, чтобы вклад «Б» оказался выгоднее вклада «А»?

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 16x^2 + 64a^2} = x^2 + 4x - 8a$$

имеет ровно 3 корня.

- 19 У Вовы есть набор из n грузиков попарно различных натуральных масс в граммах и чашечные весы, которые находятся в равновесии, если на каждой из двух их чаш лежат грузики с одинаковыми суммарными массами. Известно, что, какие бы два из них ни положили на одну чашу весов, всегда можно положить на другую чашу один или несколько из оставшихся грузиков так, что весы уравновесятся.
- а) Может ли у Вовы быть ровно 6 грузиков, среди которых есть грузик массой 7 г?
- б) Может ли у Вовы быть ровно 5 грузиков?
- в) Известно, что среди грузиков Вовы самый лёгкий грузик имеет массу 2 г. Какую наименьшую массу может иметь самый тяжёлый грузик Вовы?