

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

25 января 2018 года

Вариант МА10309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

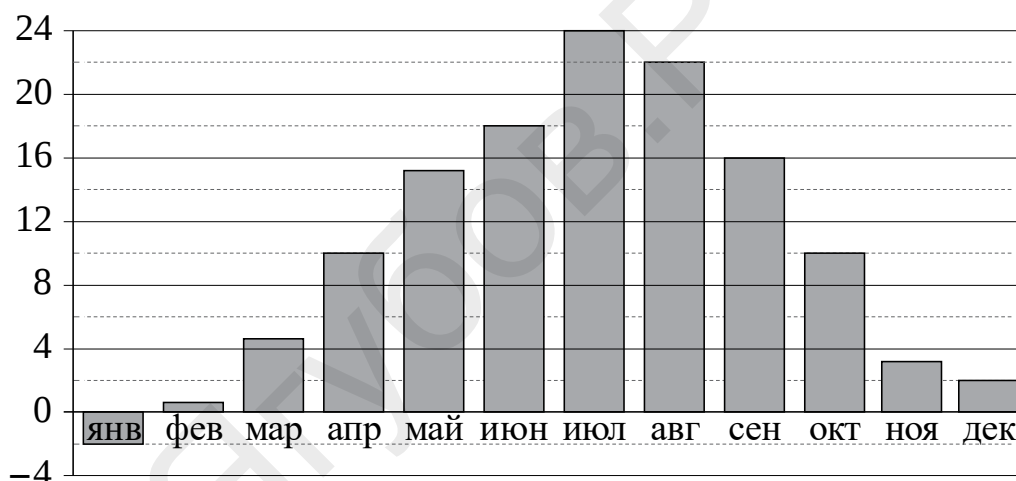
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Задачу №1 правильно решили 18 810 человек, что составляет 57 % выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

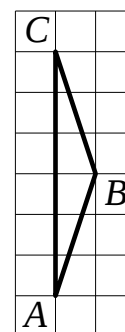
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1988 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его биссектрисы, проведённой из вершины  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

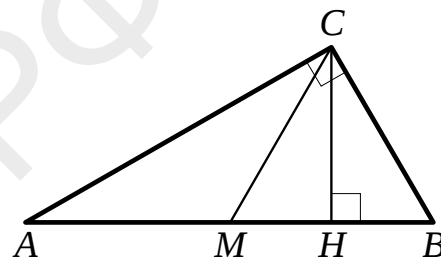
- 4 Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 75 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 12 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{x-6} = 2$ .

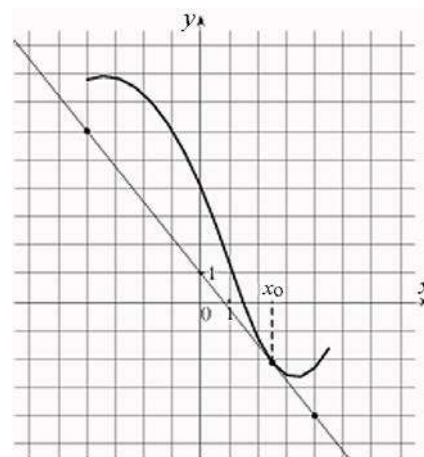
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $55^\circ$ . Найдите угол между высотой  $CH$  и медианой  $CM$ , проведёнными из вершины прямого угла  $C$ . Ответ дайте в градусах.



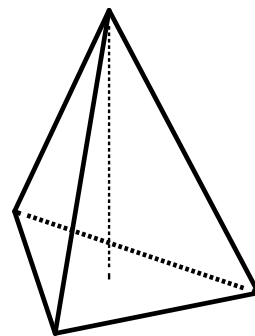
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите объём правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 6, а высота равна  $4\sqrt{3}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{-10\sin 97^\circ \cdot \cos 97^\circ}{\sin 194^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 1,25 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$ , где  $p$  — давление в газе в паскалях,  $V$  — объём газа в кубических метрах,  $k = \frac{4}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в куб. м) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Расстояние между городами А и В равно 403 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 1 час следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоцикл, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда мотоцикл вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = \sqrt{-79 - 18x - x^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $2\sin(\pi + x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

**14** В основании правильной пирамиды  $PABCD$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 6. Сечение пирамиды проходит через вершину  $B$  и середину ребра  $PD$  перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен  $60^\circ$ .

б) Найдите площадь сечения пирамиды.

**15** Решите неравенство  $\log_{(x+4)^2}(3x^2 - x - 1) \leq 0$ .

**16** Окружность с центром  $O$  проходит через вершины  $B$  и  $C$  большей боковой стороны прямоугольной трапеции  $ABCD$  и касается боковой стороны  $AD$  в точке  $T$ .

а) Докажите, что угол  $BOC$  вдвое больше угла  $BTC$ .

б) Найдите расстояние от точки  $T$  до прямой  $BC$ , если основания трапеции  $AB$  и  $CD$  равны 4 и 9 соответственно.

**17** В июле планируется взять кредит на сумму 69 510 рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

**18**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений  $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy, \\ (x-a)^2 + (y-a)^2 = 5a^4 \end{cases}$  имеет ровно два решения.

**19**

Последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из натуральных чисел, причём  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  при всех натуральных  $n$ .

а) Может ли выполняться равенство  $4a_5 = 7a_4$ ?

б) Может ли выполняться равенство  $5a_5 = 7a_4$ ?

в) При каком наибольшем натуральном  $n$  может выполняться равенство  $6na_{n+1} = (n^2 + 24)a_n$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

25 января 2018 года

Вариант МА10310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

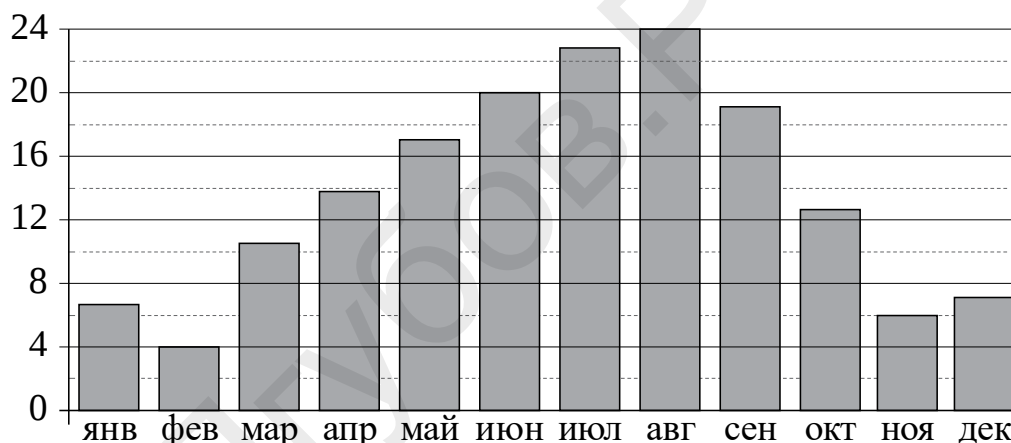
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Задачу №1 правильно решили 31 320 человек, что составляет 87 % выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

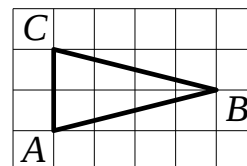
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1920 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его биссектрисы, проведённой из вершины  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

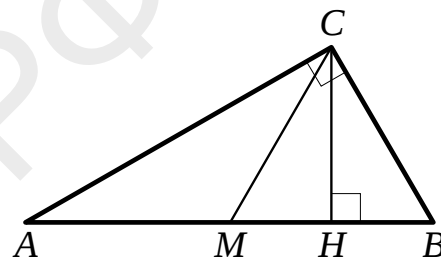
- 4 Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 75 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 21 выступление, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится в четвёртый день конкурса?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{x+9} = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

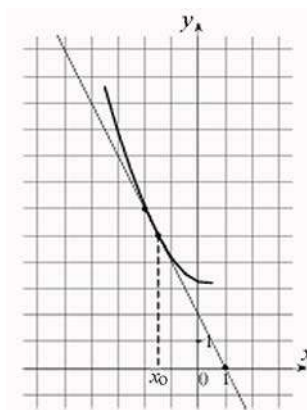
- 6 Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $69^\circ$ . Найдите угол между высотой  $CH$  и медианой  $CM$ , проведёнными из вершины прямого угла  $C$ . Ответ дайте в градусах.



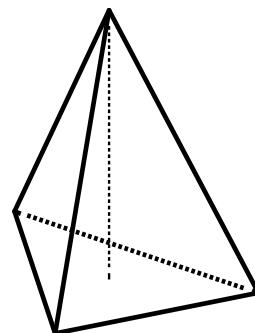
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 8 Найдите объём правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 8, а высота равна  $6\sqrt{3}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $\frac{16\sin 112^\circ \cdot \cos 112^\circ}{\sin 224^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = 7,29 \cdot 10^7 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$ , где  $p$  — давление в газе в паскалях,  $V$  — объём газа в кубических метрах,  $k = \frac{5}{3}$ . Найдите, какой объём  $V$  (в куб. м) будет занимать газ при давлении  $p$ , равном  $3 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Расстояние между городами А и В равно 798 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 3 часа следом за ним со скоростью 120 км/ч выехал мотоцикл, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда мотоцикл вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = \sqrt{-92 + 20x - x^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $2\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \cos(2\pi - x) = \sqrt{3} \sin x$ .
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .

- 14** В основании правильной пирамиды  $PABCD$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 9. Сечение пирамиды проходит через вершину  $B$  и середину ребра  $PD$  перпендикулярно этому ребру.
- а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен  $60^\circ$ .
- б) Найдите площадь сечения пирамиды.

- 15** Решите неравенство  $\log_{(x-3)^2} (3x^2 + 7x + 1) \geq 0$ .

- 16** Окружность с центром  $O$  проходит через вершины  $B$  и  $C$  большей боковой стороны прямоугольной трапеции  $ABCD$  и касается боковой стороны  $AD$  в точке  $T$ .
- а) Докажите, что угол  $BOC$  вдвое больше угла  $BTC$ .
- б) Найдите расстояние от точки  $T$  до прямой  $BC$ , если основания трапеции  $AB$  и  $CD$  равны 1 и 25 соответственно.

- 17** В июле планируется взять кредит на сумму 40 040 рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.
- На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

- 18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений  $\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 = 10xy, \\ (x-a)^2 + (y-a)^2 = 10a^4 \end{cases}$  имеет ровно два решения.

- 19** Последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из натуральных чисел, причём  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  при всех натуральных  $n$ .

а) Может ли выполняться равенство  $5a_5 = 9a_4$ ?

б) Может ли выполняться равенство  $5a_5 = 7a_4$ ?

в) При каком наибольшем натуральном  $n$  может выполняться равенство  $3na_{n+1} = (n^2 - 1)a_n$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

25 января 2018 года

Вариант МА10311

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

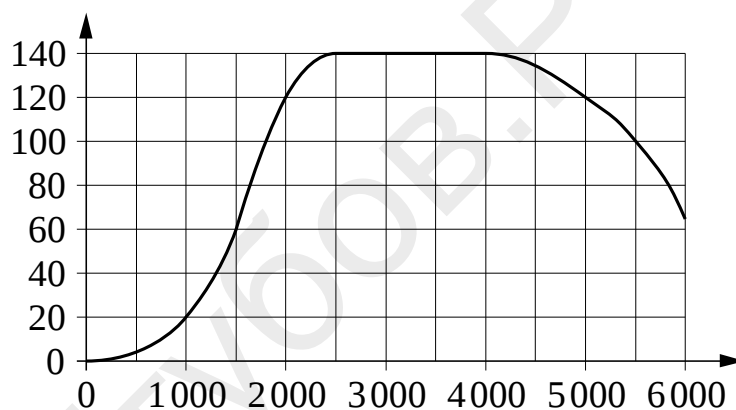
**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее количество таких тетрадей можно будет купить на 150 рублей после понижения цены на 30 %?

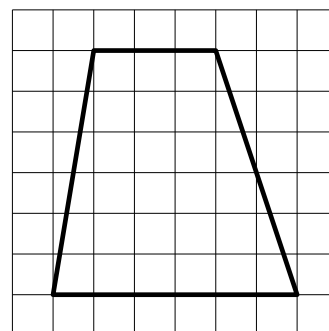
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в Н·м. Определите по графику, на сколько увеличился крутящий момент, если двигатель увеличил число оборотов с 1000 до 2000. Ответ дайте в Н·м.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

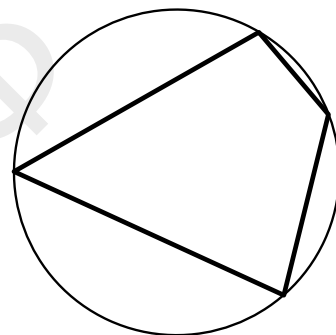
- 4 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 40 спортсменов, среди них 3 прыгуна из Голландии и 6 прыгунов из Аргентины. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что тринадцатым будет выступать прыгун из Аргентины.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $5^{x-6} = 25^{2x}$ .

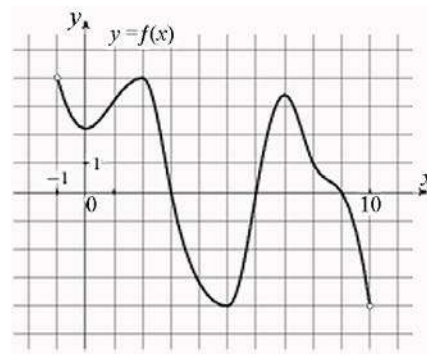
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $62^\circ$  и  $98^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



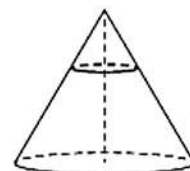
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-1; 10)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Площадь основания конуса равна 63. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 1 и 2, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

**9** Найдите значение выражения  $\sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Два тела массой  $m = 7$  кг каждое движутся с одинаковой скоростью  $v = 9$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ , где  $m$  — масса (в кг),  $v$  — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом  $2\alpha$  должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 567 Дж. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Имеется два сплава. Первый содержит 10 % никеля, второй — 25 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 105 кг, содержащий 20 % никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите наибольшее значение функции  $y = (x - 4)^2 (x + 8) - 5$  на отрезке  $[-10; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13** а) Решите уравнение  $2\sin(\pi + x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

**14** В основании правильной пирамиды  $PABCD$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 6. Сечение пирамиды проходит через вершину  $B$  и середину ребра  $PD$  перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен  $60^\circ$ .

б) Найдите площадь сечения пирамиды.

**15** Решите неравенство  $\log_{(x+4)^2}(3x^2 - x - 1) \leq 0$ .

**16** Окружность с центром  $O$  проходит через вершины  $B$  и  $C$  большей боковой стороны прямоугольной трапеции  $ABCD$  и касается боковой стороны  $AD$  в точке  $T$ .

а) Докажите, что угол  $BOC$  вдвое больше угла  $BTC$ .

б) Найдите расстояние от точки  $T$  до прямой  $BC$ , если основания трапеции  $AB$  и  $CD$  равны 4 и 9 соответственно.

**17** В июле планируется взять кредит на сумму 69 510 рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

- 18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений  $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy, \\ (x - a)^2 + (y - a)^2 = 5a^4 \end{cases}$  имеет ровно два решения.

- 19** Последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из натуральных чисел, причём  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  при всех натуральных  $n$ .

а) Может ли выполняться равенство  $4a_5 = 7a_4$ ?

б) Может ли выполняться равенство  $5a_5 = 7a_4$ ?

в) При каком наибольшем натуральном  $n$  может выполняться равенство  $6na_{n+1} = (n^2 + 24)a_n$ ?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

25 января 2018 года

Вариант МА10312

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

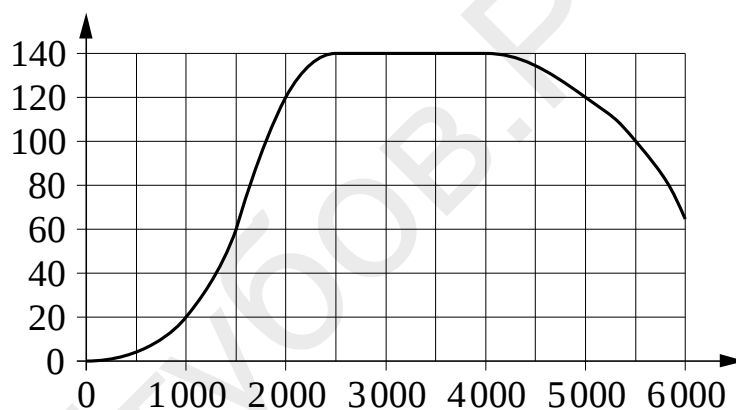
## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее количество таких тетрадей можно будет купить на 350 рублей после понижения цены на 10 %?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси — крутящий момент в Н·м. Определите по графику, на сколько увеличился крутящий момент, если двигатель увеличил число оборотов с 1500 до 2500. Ответ дайте в Н·м.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

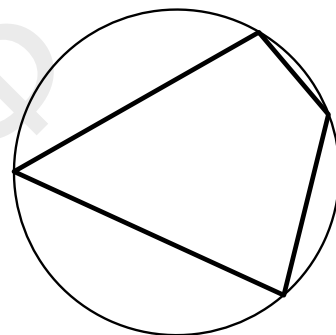
- 4 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 72 спортсмена, среди них 22 прыгуна из Великобритании и 18 прыгунов из Франции. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четвёртым будет выступать прыгун из Франции.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $6^{x+9} = 36^{2x}$ .

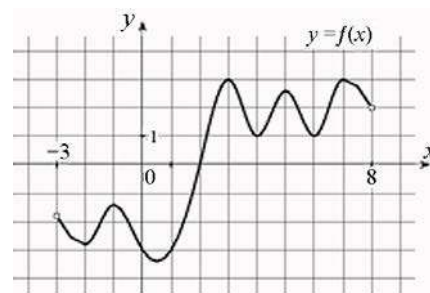
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $53^\circ$  и  $107^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



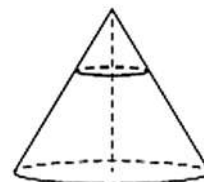
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Площадь основания конуса равна 48. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 15 и 45, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2****9**

Найдите значение выражения  $5\sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{8} \cdot \cos \frac{3\pi}{8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10**

Два тела массой  $m = 4$  кг каждое движутся с одинаковой скоростью  $v = 9$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ , где  $m$  — масса (в кг),  $v$  — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом  $2\alpha$  должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 243 Дж. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

Имеется два сплава. Первый содержит 15 % никеля, второй — 35 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 140 кг, содержащий 30 % никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите наибольшее значение функции  $y = (x - 3)^2(x + 6) + 9$  на отрезке  $[-10; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $2\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \cos(2\pi - x) = \sqrt{3} \sin x$ .
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .

- 14** В основании правильной пирамиды  $PABCD$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 9. Сечение пирамиды проходит через вершину  $B$  и середину ребра  $PD$  перпендикулярно этому ребру.
- а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен  $60^\circ$ .
- б) Найдите площадь сечения пирамиды.

- 15** Решите неравенство  $\log_{(x-3)^2} (3x^2 + 7x + 1) \geq 0$ .

- 16** Окружность с центром  $O$  проходит через вершины  $B$  и  $C$  большей боковой стороны прямоугольной трапеции  $ABCD$  и касается боковой стороны  $AD$  в точке  $T$ .
- а) Докажите, что угол  $BOC$  вдвое больше угла  $BTC$ .
- б) Найдите расстояние от точки  $T$  до прямой  $BC$ , если основания трапеции  $AB$  и  $CD$  равны 1 и 25 соответственно.

- 17** В июле планируется взять кредит на сумму 40 040 рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.
- На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

- 18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений  $\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 = 10xy, \\ (x - a)^2 + (y - a)^2 = 10a^4 \end{cases}$  имеет ровно два решения.

- 19** Последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  состоит из натуральных чисел, причём  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  при всех натуральных  $n$ .

а) Может ли выполняться равенство  $5a_5 = 9a_4$ ?

б) Может ли выполняться равенство  $5a_5 = 7a_4$ ?

в) При каком наибольшем натуральном  $n$  может выполняться равенство  $3na_{n+1} = (n^2 - 1)a_n$ ?