

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10421

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

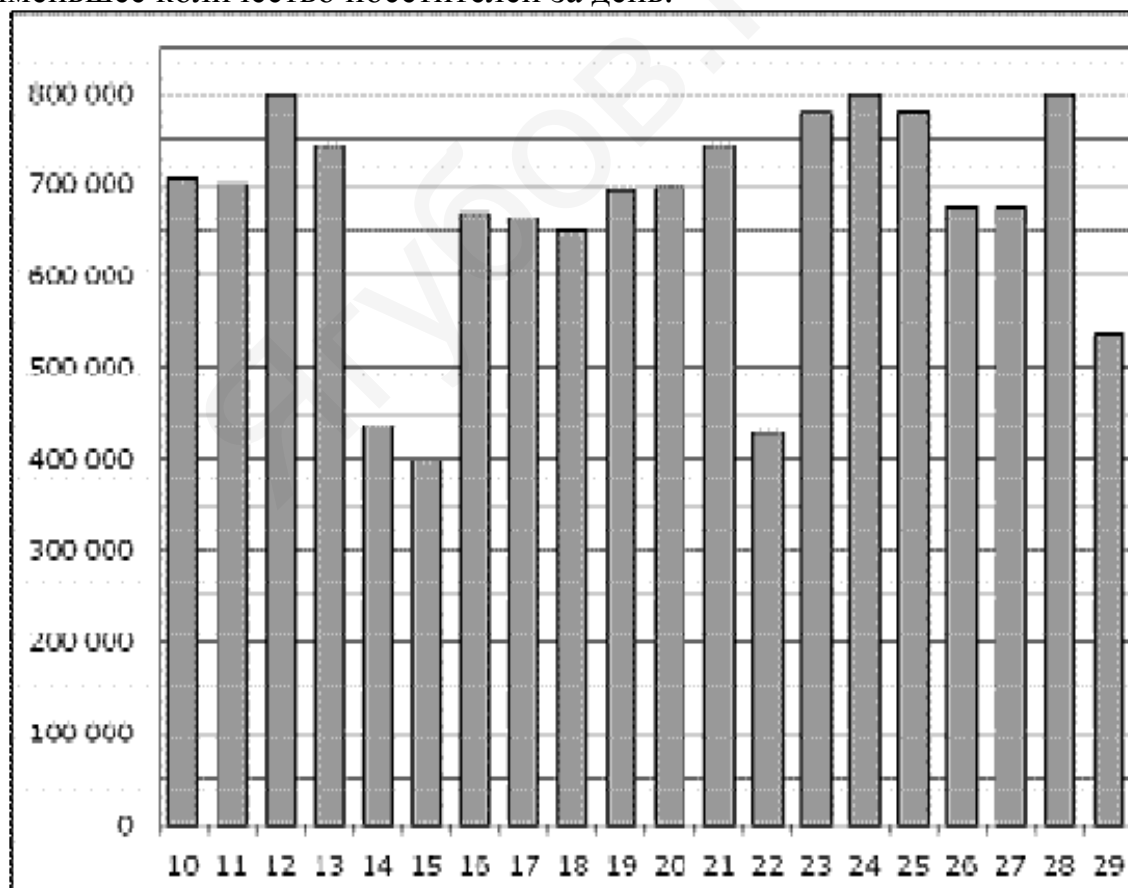
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 390 рублей, а стоимость одного номера журнала — 23 рубля. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

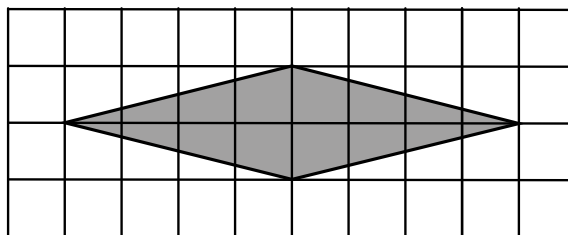
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

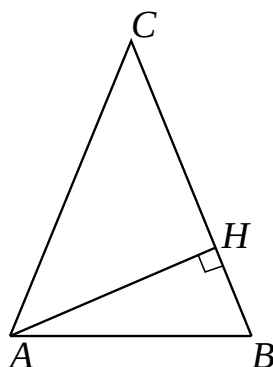
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 24 пассажиров, равна 0,86. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,63. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 23.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(x - 9)^2 = -36x$.

Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC известно, что $AC = BC$, высота AH равна 25, угол C равен 30° . Найдите AC .



Ответ: _____.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $46 \operatorname{tg} 7^\circ \cdot \operatorname{tg} 83^\circ$.

Ответ: _____.

10 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость v вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость 120 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ: _____.

11 Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 5x + 5)e^{7-x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{5 \sin x - 3}{5 \cos x - 4} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{15\pi}{2}; -6\pi\right]$.

14 В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 4. Через такую точку T ребра AD , что $AT:TD=3:1$, параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.

б) Найдите площадь сечения.

15 Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 6^x - 4^{x+1} - 9}{9^x - 3} \leq 3.$$

16 Диагональ BD четырёхугольника $ABCD$ с параллельными основаниями AD и BC разбивает его на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и DC .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны диагонали четырёхугольника $BD = 5$ и $AC = 8$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллион рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 150 млн рублей, а за четыре года станут больше 250 млн рублей.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-3)^2 + (y+4)^2 - 17)((2x+7)^2 + (2y-9)^2) \leq 0, \\ ax + y = 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел. Пусть $S_1 = a_1$, $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ при всех натуральных $n \geq 2$.

а) Существует ли такая прогрессия, для которой $S_{10} = 100S_1$?

б) Существует ли такая прогрессия, для которой $S_{10} = 50S_2$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{S_5^2}{S_1 S_{10}}$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10422

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

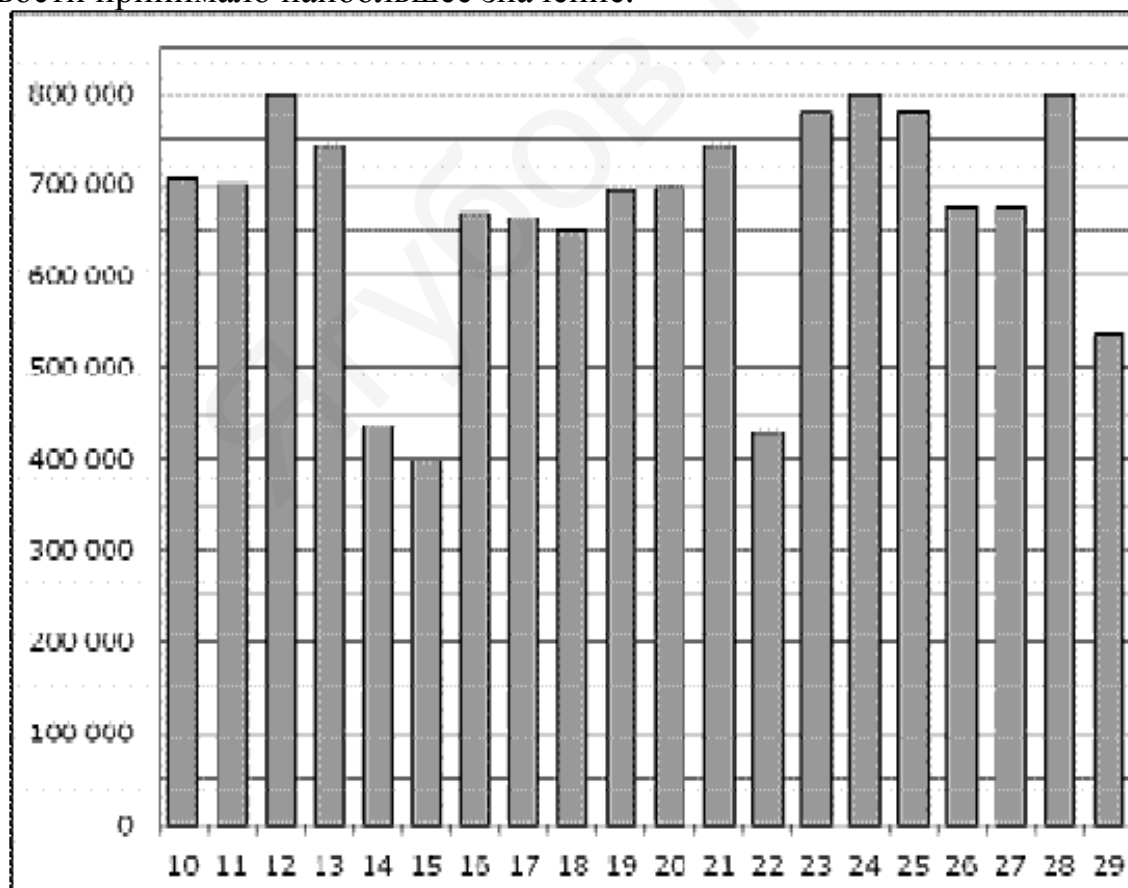
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 810 рублей, а стоимость одного номера журнала — 39 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

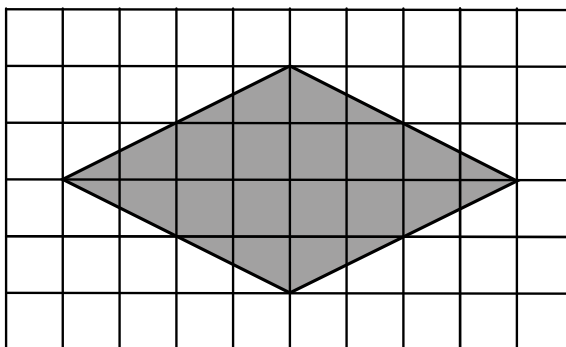
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько раз за данный период количество посетителей сайта РИА Новости принимало наибольшее значение.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

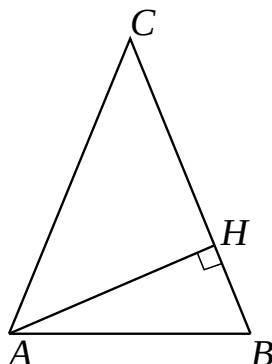
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 22 пассажиров, равна 0,9. Вероятность того, что окажется меньше 13 пассажиров, равна 0,57. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 13 до 21.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(x + 11)^2 = 44x$.

Ответ: _____.

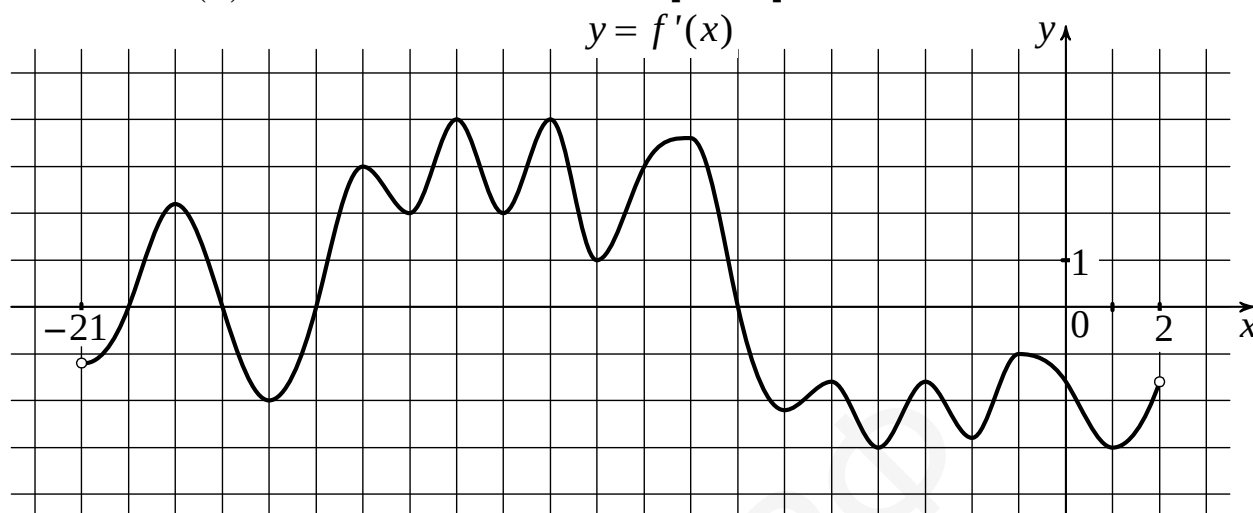
- 6 В треугольнике ABC известно, что $AC = BC$, высота AH равна 12, угол C равен 30° . Найдите AC .



Ответ: _____.

7

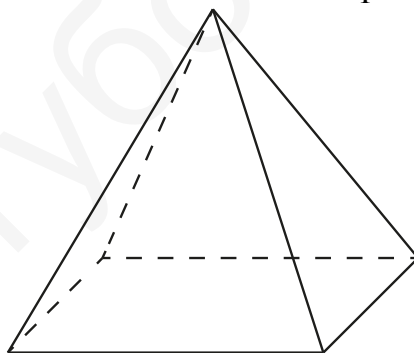
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-21; 2)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-19; 1]$.



Ответ: _____.

8

Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 16, боковые рёбра равны 17. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

Часть 2

9

Найдите значение выражения $28 \operatorname{tg} 46^\circ \cdot \operatorname{tg} 44^\circ$.

Ответ: _____.

- 10** Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость v вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1 километр, приобрести скорость 120 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ: _____.

- 11** Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 45 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

Ответ: _____.

- 12** Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 8x + 8)e^{6-x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\frac{17 \sin x - 8}{17 \cos x - 15} = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$.

- 14** В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 8. Боковое ребро пирамиды равно 5. Через такую точку T ребра AD , что $AT:TD = 4$, параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.
а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.
б) Найдите площадь сечения.

15 Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 5^{2x+1} - 10^x - 6 \cdot 4^x - 25}{25^x - 5} \leq 5.$$

16 Диагональ BD четырёхугольника $ABCD$ с параллельными основаниями AD и BC разбивает его на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и DC .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны диагонали четырёхугольника $BD = 4$ и $AC = 4\sqrt{3}$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 10 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 200 млн рублей, а за четыре года станут больше 270 млн рублей.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left((x-3)^2 + (y+3)^2 - 32 \right) \left((2x+3)^2 + (2y-13)^2 \right) \leq 0, \\ ax + y = 2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел. Пусть $S_1 = a_1$, $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ при всех натуральных $n \geq 2$.

а) Существует ли такая прогрессия, для которой $S_8 = 50S_1$?

б) Существует ли такая прогрессия, для которой $S_8 = 30S_2$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{S_4^2}{S_1 S_8}$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10423

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

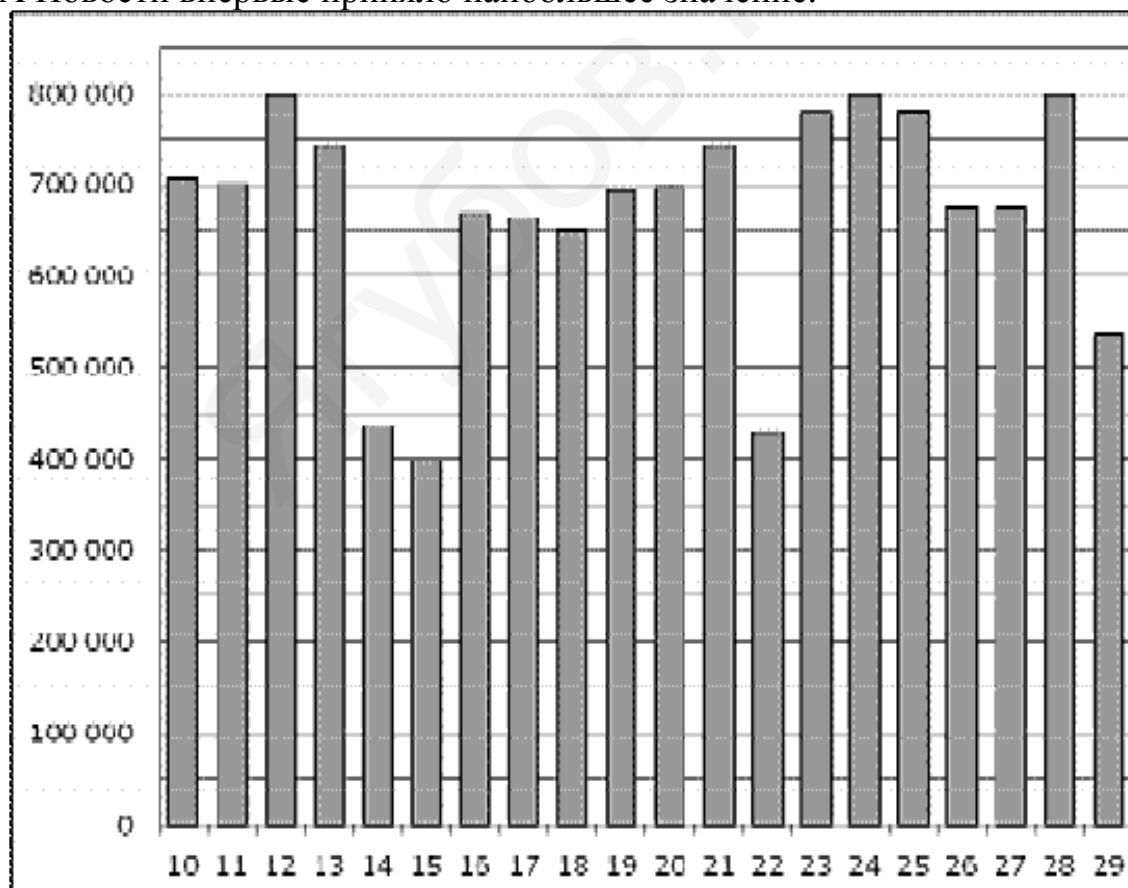
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 640 рублей, а стоимость одного номера журнала — 29 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

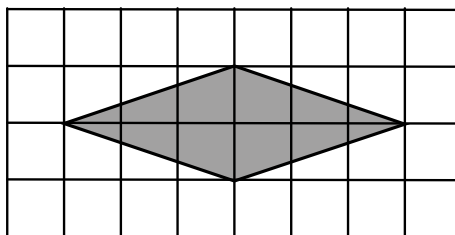
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа в указанный период количество посетителей сайта РИА Новости впервые приняло наибольшее значение.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

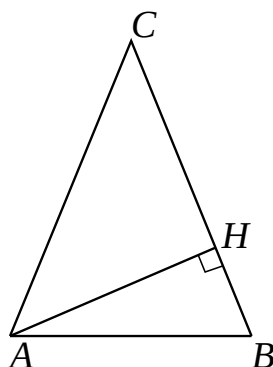
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,83. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,64. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 17.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(x + 15)^2 = 60x$.

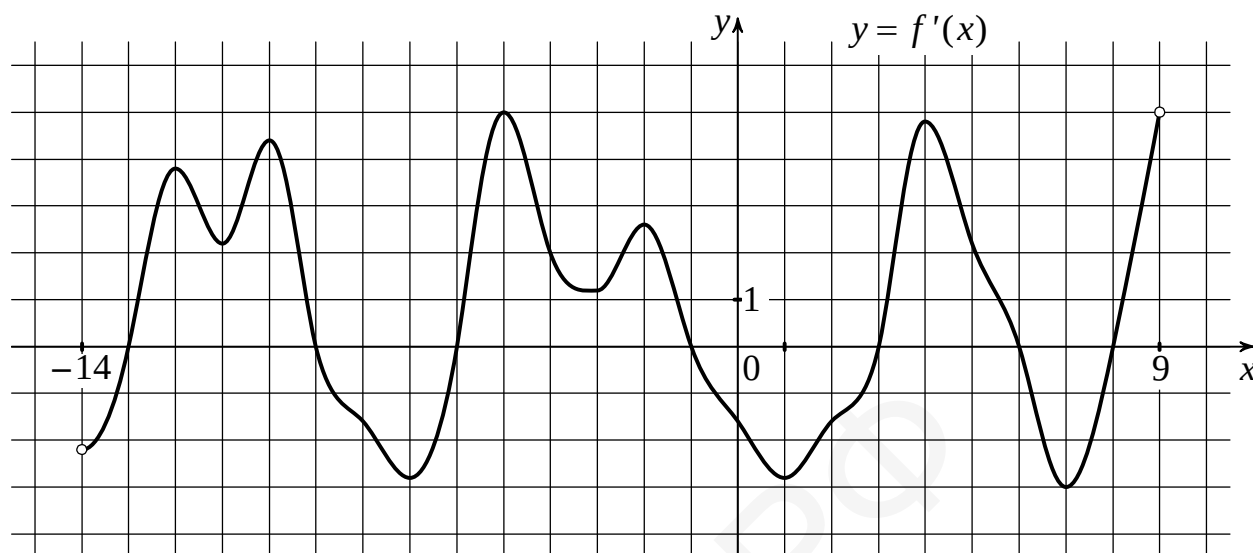
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC известно, что $AC = BC$, высота AH равна 22, угол C равен 30° . Найдите AC .



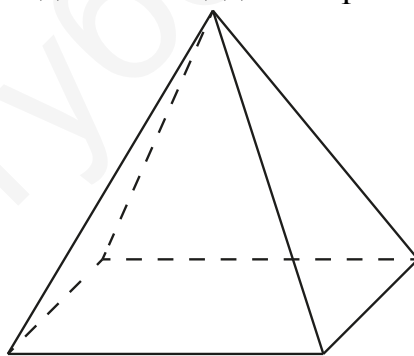
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-14; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-12; 7]$.



Ответ: _____.

- 8 Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 6, боковые рёбра равны 5. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $23 \operatorname{tg} 26^\circ \cdot \operatorname{tg} 64^\circ$.

Ответ: _____.

- 10** Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость v вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,9 километра, приобрести скорость 150 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ: _____.

- 11** Лодка в 5:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 23:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость лодки равна 4 км/ч.

Ответ: _____.

- 12** Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 17x + 17)e^{9-x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\frac{5\sin x - 3}{5\cos x - 4} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{15\pi}{2}; -6\pi\right]$.

- 14** В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 4. Через такую точку T ребра AD , что $AT:TD = 3:1$, параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.
б) Найдите площадь сечения.

15 Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 6^x - 4^{x+1} - 9}{9^x - 3} \leq 3.$$

16 Диагональ BD четырёхугольника $ABCD$ с параллельными основаниями AD и BC разбивает его на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и DC .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны диагонали четырёхугольника $BD = 5$ и $AC = 8$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллион рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 150 млн рублей, а за четыре года станут больше 250 млн рублей.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-3)^2 + (y+4)^2 - 17)((2x+7)^2 + (2y-9)^2) \leq 0, \\ ax + y = 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел. Пусть $S_1 = a_1$, $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ при всех натуральных $n \geq 2$.

а) Существует ли такая прогрессия, для которой $S_{10} = 100S_1$?

б) Существует ли такая прогрессия, для которой $S_{10} = 50S_2$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{S_5^2}{S_1 S_{10}}$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

3 марта 2016 года

Вариант МА10424

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

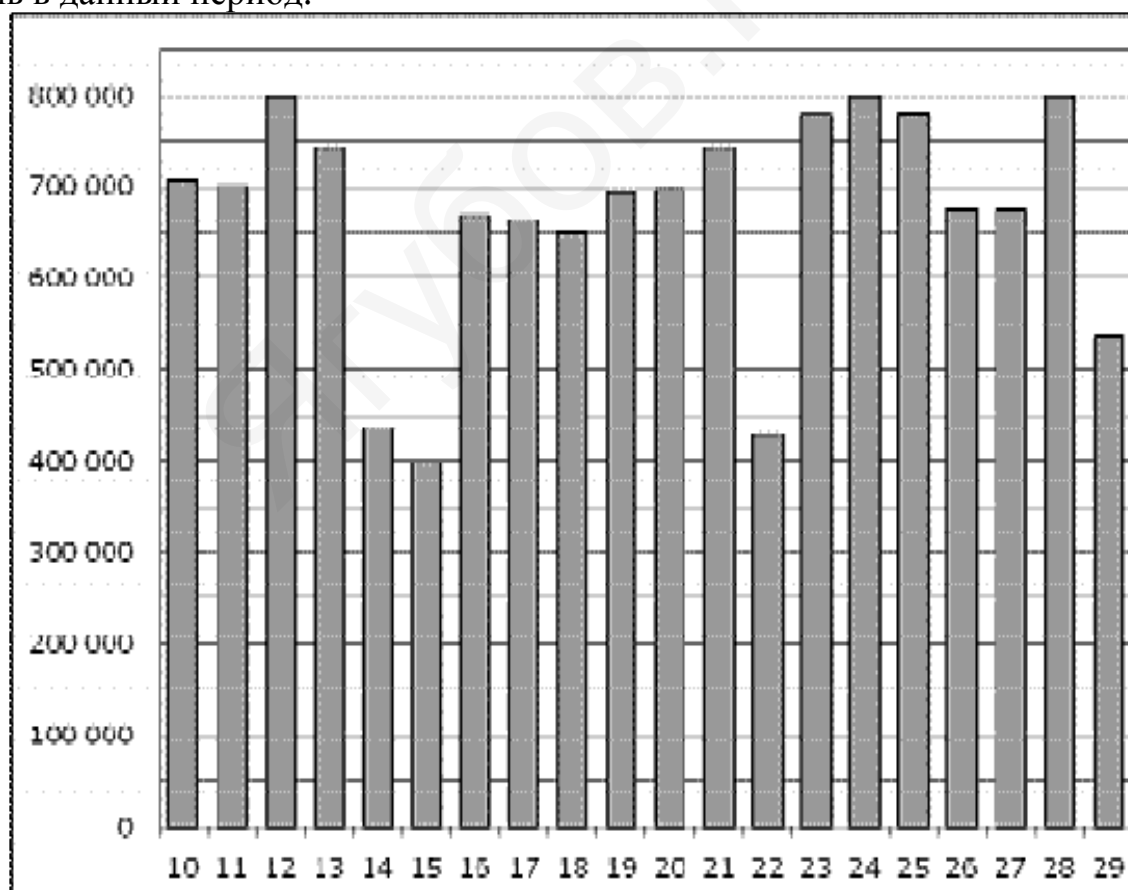
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Стоимость полугодовой подписки на журнал составляет 830 рублей, а стоимость одного номера журнала — 38 рублей. За полгода Аня купила 25 номеров журнала. На сколько рублей меньше она бы потратила, если бы подписалась на журнал?

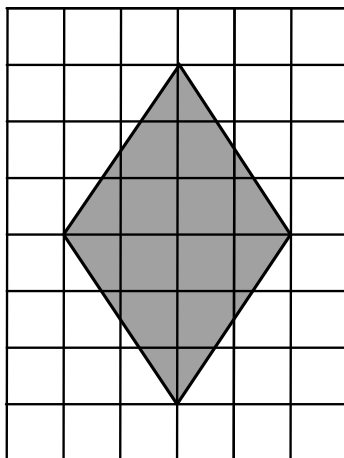
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме разность наибольшего и наименьшего количества посетителей за день в данный период.



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь ромба, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

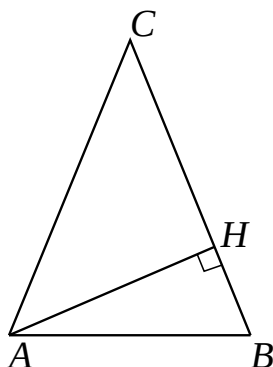
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,95. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,48. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 17.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(x - 7)^2 = -28x$.

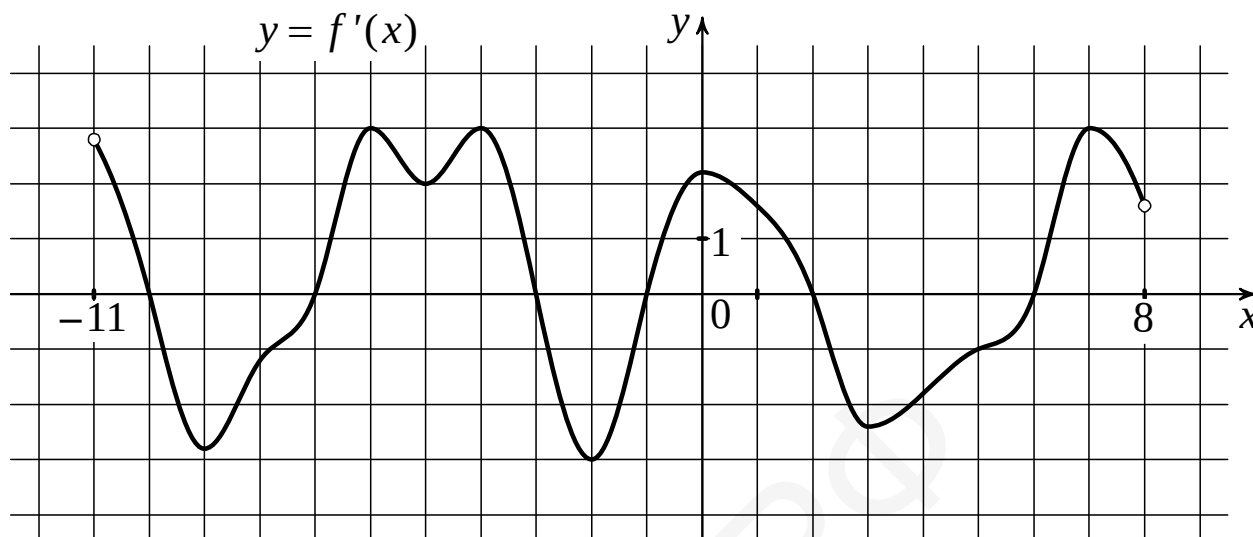
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC известно, что $AC = BC$, высота $АН$ равна 31, угол C равен 30° . Найдите AC .



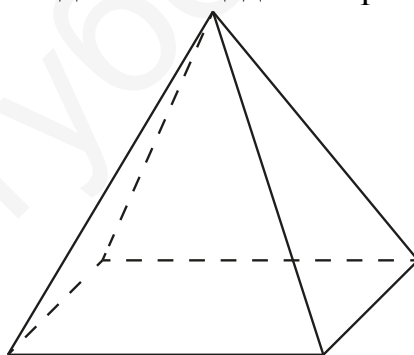
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 8)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-8; 7]$.



Ответ: _____.

- 8 Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 12, боковые рёбра равны 10. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $-6 \operatorname{tg} 18^\circ \cdot \operatorname{tg} 72^\circ$.

Ответ: _____.

- 10** Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость v вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,9 километра, приобрести скорость 90 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

Ответ: _____.

- 11** Моторная лодка в 11:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 21:00 того же дня. Определите скорость течения реки (в км/ч), если известно, что собственная скорость лодки равна 9 км/ч.

Ответ: _____.

- 12** Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 10x + 10)e^{19-x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $\frac{17 \sin x - 8}{17 \cos x - 15} = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right]$.

- 14** В основании правильной треугольной пирамиды $ABCD$ лежит треугольник ABC со стороной, равной 8. Боковое ребро пирамиды равно 5. Через такую точку T ребра AD , что $AT:TD = 4$, параллельно прямым AC и BD проведена плоскость.
а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.
б) Найдите площадь сечения.

15 Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 5^{2x+1} - 10^x - 6 \cdot 4^x - 25}{25^x - 5} \leq 5.$$

16 Диагональ BD четырёхугольника $ABCD$ с параллельными основаниями AD и BC разбивает его на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и DC .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны диагонали четырёхугольника $BD = 4$ и $AC = 4\sqrt{3}$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 10 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 200 млн рублей, а за четыре года станут больше 270 млн рублей.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-3)^2 + (y+3)^2 - 32)((2x+3)^2 + (2y-13)^2) \leq 0, \\ ax + y = 2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел. Пусть $S_1 = a_1$, $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ при всех натуральных $n \geq 2$.

а) Существует ли такая прогрессия, для которой $S_8 = 50S_1$?

б) Существует ли такая прогрессия, для которой $S_8 = 30S_2$?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{S_4^2}{S_1 S_8}$?