

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 95****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

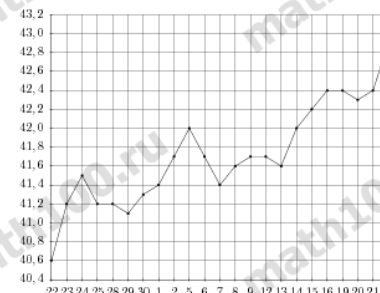
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и 2 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

2. На рисунке жирными точками показан курс евро, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс евро был ровно 42,4 рубля.



3. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

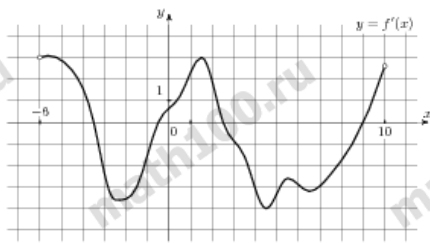


4. За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.

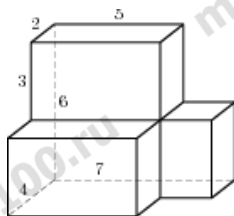
5. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-10} = 2$.

6. Найдите больший угол параллелограмма, если два его угла относятся как 3 : 7. Ответ дайте в градусах.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 10)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

9. Найдите $\frac{7\cos\alpha - 6\sin\alpha}{3\sin\alpha - 4\cos\alpha}$, если $\operatorname{ctg}\alpha = 2$

10. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

11. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 6\operatorname{tg} x - 12x + 3\pi - 13$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Его основания $ABCD$ и $A_1 B_1 C_1 D_1$ — квадраты. Отрезок, соединяющий вершину C с центром основания $A_1 B_1 C_1 D_1$, перпендикулярен основаниям.

- а) Докажите, что прямые CC_1 и BD перпендикулярны.
- б) Найдите расстояние между прямыми $A_1 C$ и AB , если сторона основания параллелепипеда равна 6, а боковое ребро равно $\sqrt{34}$.

15. Решите неравенство:

$$\frac{45}{(\log_2^2 x + 6 \log_2 x)^2} + \frac{14}{\log_2^2 x + 6 \log_2 x} + 1 \geq 0.$$

16. Одна окружность вписана в прямоугольную трапецию, а вторая касается большей боковой стороны и продолжений оснований.

- а) Докажите, что расстояние между центрами окружностей равно большей боковой стороне трапеции.
- б) Найдите расстояние от вершины прямого угла трапеции до центра второй окружности, если известно, что точка касания первой окружности делит большую боковую сторону трапеции на отрезки, равные 2 и 8.

17. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 500 тысяч рублей на 31 месяц. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15-го числа 30-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;

— к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_3(y-3) - 2\log_9 x = 0, \\ (x+a)^2 - 2y - 5a = 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Длины сторон прямоугольника — натуральные числа, а его периметр равен 4000. Известно, что длина одной стороны прямоугольника равна $n\%$ от длины другой стороны, где n — также натуральное число.

- а) Какое наибольшее значение может принимать площадь прямоугольника?
- б) Какое наименьшее значение может принимать площадь прямоугольника?

в) Найдите все возможные значения, которые может принимать площадь прямоугольника, если дополнительно известно, что $n < 100$.