

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 92****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

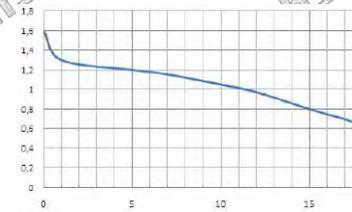
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

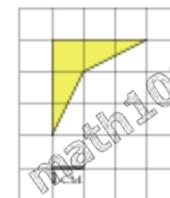
Часть 1

1. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 12500 рублей. Какую сумму он получит после вычета налога на доходы? Ответ дайте в рублях.

2. На рисунке показан график разряда батарейки в карманном фонарике. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет давать батарейка через 5 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.



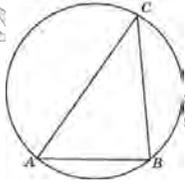
3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



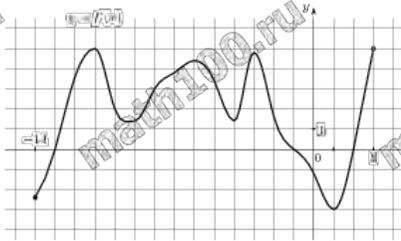
4. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до тысячных.

5. Решите уравнение $\log_{x-2} 64 = 6$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите меньший.

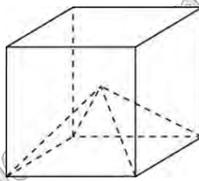
6. Сторона AB треугольника ABC равна 1. Противоположный ей угол C равен 30° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-14; 3)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



8. Объем куба равен 12. Найдите объем четырехугольной пирамиды, основанием которой является грань куба, а вершиной — центр куба.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha = 3$.

10. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_{\text{н}} = 20^\circ \text{C}$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_{\text{в}} = 60^\circ \text{C}$. Расход проходящей через трубу воды

$m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T ($^\circ \text{C}$), причем

$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}}$ (м), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$ — теплоемкость

воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ \text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,7$ —

постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 84 м?

11. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

12. Найдите точку максимума функции $y = (x - 7)^2 e^{-x-8}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2 \cos^2 x + 1 = 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. Дана треугольная пирамида $SABC$; O — точка пересечения медиан основания ABC .

а) Докажите, что плоскость, проходящая через прямую AB и середину M ребра SC , делит отрезок SO в отношении $3:1$, считая от вершины S .

б) Найдите угол между прямой BC и плоскостью ABM , если пирамида правильная, а угол между прямой, проходящей через точку M и середину ребра AB , и прямой SO равен 45° .

15. Решите неравенство:

$$2^{\frac{x}{x+1}} - 2^{\frac{5x+3}{x+1}} + 8 \leq 2^{\frac{2x}{x+1}}.$$

16. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , причём $AD = 2BC$, и точка M внутри трапеции, такая, что $\angle ABM = \angle DCM = 90^\circ$.

а) Докажите, что $AM = DM$.

б) Найдите угол BAD , если угол CDA равен 50° , а высота, проведённая из точки M к AD , равна BC .

17. Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 3 года?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6|x| - 6|y| + 17 \leq 0, \\ x^2 + y^2 - 2y = a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 4 письма, или 21 письмо, причём и тех, и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

а) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?

б) Какое наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?

в) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Каково наибольшее возможное количество девушек в такой группе?