

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 91****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

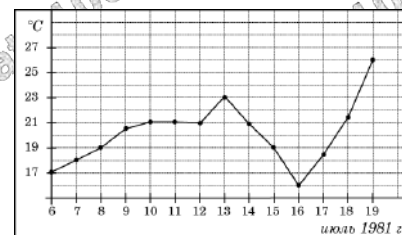
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

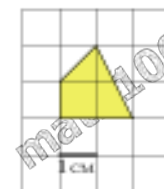
1. Для покраски 1 м^2 потолка требуется 240 г краски. Краска продается в банках по 2,5 кг. Сколько банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 50 м^2 ?

2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – температура в градусах Цельсия.



Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какой была наименьшая среднесуточная температура за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.

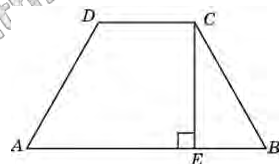
3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



4. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 14. Результат округлите до сотых.

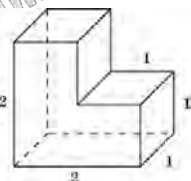
5. Решите уравнение $3^{\log_2 x} + \frac{9}{3^{\log_2 x}} = 10$. Если уравнение имеет несколько корней, то в ответ запишите их сумму.

6. Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.



7. Прямая $y = 6x - 3$ является касательной к графику функции $y = 3x^2 + bx$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\operatorname{tg}(2 \operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg} 2)$

10. Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на неё проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н·м) определяется формулой $M = N I B l^2 \sin \alpha$, где $I = 2 \text{ А}$ — сила тока в рамке,

$B = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$ — значение индукции магнитного поля, $l = 0,5 \text{ м}$ — размер рамки, $N = 1000$ — число витков провода в рамке, α — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше $0,75 \text{ Н} \cdot \text{м}$?

11. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 3 \sin x + \frac{30}{\pi} x + 3$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\left| \operatorname{ctg} \left(2x - \frac{\pi}{2} \right) \right| = \frac{1}{\cos^2 2x} - 1$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

14. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со стороной основания 4 и высотой 7 на ребре AA_1 взята точка M так, что $AM = 2$. На ребре BB_1 взята точка K так, что $B_1 K = 2$.

- Постройте сечение призмы плоскостью $D_1 MK$.
- Найдите угол между плоскостью $D_1 MK$ и плоскостью $CC_1 D_1$.

15. Решите неравенство:

$$\log_{2x} 0,25 \leq \log_2 (32x) - 1.$$

16. Пусть CQ — биссектриса треугольника ABC . Касательная к описанной окружности треугольника ABC , проходящая через точку C , пересекает прямую AB в точке D .

- Докажите, что треугольник CDQ равнобедренный.
- Найдите CD , если $BQ = 3$ и $AQ = 1$.

17. По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект целое число млн. рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн. рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн. рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 150 млн., а за четыре года — станут больше 250 млн. рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\lg^2(5x^2 - 10x + 6) + (3a^2 - 5a + 6)\lg(5x^2 - 10x + 6) - 4a + 3 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

19. На окружности некоторым способом расставили натуральные числа от 1 до 21 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

- Могли ли все полученные разности быть не меньше 11?
- Могли ли все полученные разности быть не меньше 10?
- Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k ?