Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 89

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответов. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развѐрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чѐрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

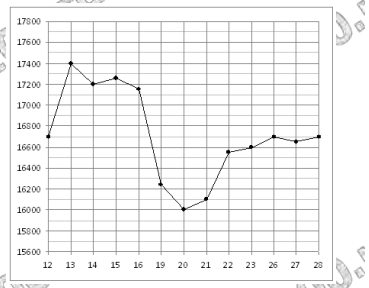
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

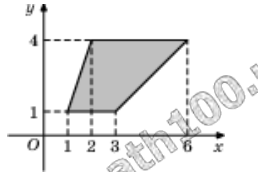
Часть 1

1. Сырок стоит 7 рублей 20 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 60 рублей?

2. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 12 по 28 ноября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену олова на момент закрытия торгов в период с 19 по 27 ноября (в долларах США за тонну).



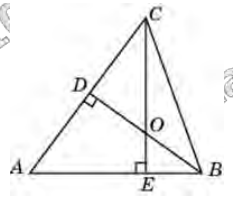
3. Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



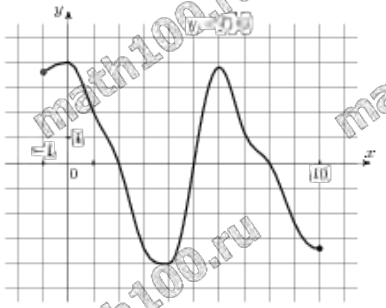
4. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

5. Решите уравнение $1+\dfrac{2}{\log_x 5}=\log_5 x$.

6. В треугольнике ABC угол A равен $72°$, а углы B и C — острые. BD и CE — высоты, пересекающиеся в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-1;10)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



8. Одна из граней прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{8}$ и образует с плоскостью этой грани угол 45°. Найдите объем параллелепипеда.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\dfrac{3-\sin\alpha\cos\alpha}{6\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}$, если $\operatorname{tg}\alpha=-2$.

10. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi=\omega t+\dfrac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega=20^{\circ}$ / мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta=4^{\circ}$ / мин^2 — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1200°. Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

11. От пристани A к пристани B отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Расстояние между пристанями равно 420 км. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наибольшее значение функции $y=3^{-7-6x-x^2}$.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{\sin 2x}{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)}=\sqrt{3}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\dfrac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

14. Дана правильная четырèхугольная призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с основаниями $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$. Точка M — середина ребра B_1C_1. Прямые CA_1 и BM перпендикулярны.

а) Докажите, что диагональ основания призмы вдвое больше бокового ребра.

б) Найдите угол между прямой CA_1 и плоскостью BCC_1.

15. Решите неравенство:

$$5^{x^2-2x} > 2^{x-2}.$$

16. Отрезок AB — диаметр окружности с центром O. Вторая окружность с центром в точке B пересекается с первой окружностью в точках C и D. Касательная, проведèнная в точке C к первой окружности, вторично пересекает вторую окружность в точке P.

а) Докажите, что треугольники AOC и CBP подобны.

б) Найдите AP, если известно, что $BC = 15$ и $PC = 24$.

17. 15 декабря планируется взять кредит в банке на 1750 тысяч рублей на 28 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа первые три месяца долг должен уменьшиться на $\boldsymbol{a}$ тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на $\boldsymbol{в}$ тысяч рублей.

Найдите $\boldsymbol{a}$, если всего было выплачено банку 1925 тысяч рублей?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$\frac{2ax + a(1-2a)}{2a^2 + 2ax - 1} < 0$$

выполняется для любых значений переменной x из отрезка $[-2;2]$.

19. Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию $(n \geq 3)$.

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 10?

б) Каково наибольшее значение n, если сумма всех данных чисел меньше 1000?

в) Найдите все возможные значения n, если сумма всех данных чисел равна 129.