**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**
**Тренировочный вариант № 84**

**Профильный уровень**
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответов. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развѐрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чѐрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА*!**

**Справочные материалы**

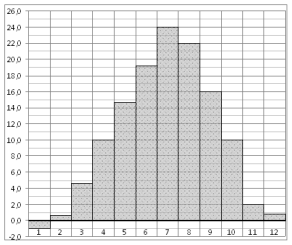
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

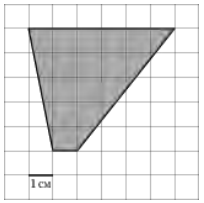
## Часть 1

**1.** В сентябре 1 кг картофеля стоил 20 рублей. В октябре картофель подорожал на 25%. Сколько рублей стоил 1 кг картофеля после подорожания в октябре?

**2.** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1988 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



**3.** Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1\,\text{см}\times 1\,\text{см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

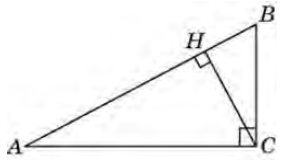



**4**. В группе туристов 30 человек. Их вертолѐтом в несколько приѐмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолѐт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолѐта.

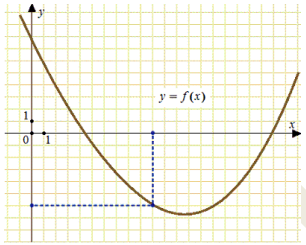
math100.ru

**5.** Решите уравнение $\sqrt{\dfrac{5}{3-2x}}=\dfrac{1}{9}$.

**6.** В треугольнике $ABC$ угол $C$ равен $90°$, $CH$ — высота, угол $A$ равен $30°$, $AB=4$. Найдите $BH$.




**7.** На рисунке изображен график функции $y=f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой $10$. Найдите значение производной функции в точке $x_0=10$.




**8.** В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно $5$, а сторона основания равна $3\sqrt{3}$. Найдите высоту пирамиды.

## Часть 2

**9.** Найдите значение выражения $2\log_{a^3b^4}\sqrt[3]{a^2b}$, если $\log_a b=\dfrac{1}{4}$

**10**. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu=3$ моля воздуха объемом $V_1=8$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема $V_2$. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A=\alpha\nu T\log_2\dfrac{V_1}{V_2}$ (Дж), где $\alpha=5,75$ постоянная, а $T=300$ К — температура воздуха. Какой объем $V_2$ (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в $10350$ Дж?

**11.** Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью $15$ км/ч. Через час после него со скоростью $10$ км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через $2$ часа $20$ минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

**12.** Найдите точку минимума функции $y=(25-x)e^{25-x}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чѐтко и разборчиво.

**13.** а) Решите уравнение

$$\cos^2 x-\frac{1}{2}\sin 2x+\cos x=\sin x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\pi;2\pi]$.

math100.ru

**14.** Точки $A$, $B$ и $C$ лежат на окружности основания конуса с вершиной $S$, причем $A$ и $C$ диаметрально противоположны. Точка $M$ – середина $BC$.

а) Докажите, что прямая $SM$ образует с плоскостью $ABC$ такой же угол, как и прямая $AB$ с плоскостью $SBC$.

б) Найдите угол между прямой $SA$ и плоскостью $SBC$, если $AB = 6$, $BC = 8$ и $SC = 5\sqrt{2}$.

**15.** Решите неравенство:

$$\frac{\log_2(8x)\cdot\log_{0,125x}2}{\log_{0,5x}16}\le\frac{1}{4}.$$

**16.** К двум непересекающимся окружностям равных радиусов проведены две параллельные общие касательные. Окружности касаются одной из этих прямых в точках $A$ и $B$. Через точку $C$, лежащую на отрезке $AB$, проведены касательные к этим окружностям, пересекающие вторую прямую в точках $D$ и $E$, причём отрезки $CA$ и $CD$ касаются одной окружности, а отрезки $CB$ и $CE$ — другой.

а) Докажите, что периметр треугольника $CDE$ вдвое больше расстояния между центрами окружностей.

б) Найдите $DE$ если радиусы окружностей равны $5$, расстояние между их центрами равно $18$, а $AC = 8$.

**17.** Фёдор является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые изделия, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно $25t^3$ часов в неделю, то за эту неделю они производят $t$ изделий, и если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно $t^3$ часов в неделю, то они производят $t$ изделий. За каждый час работы (на каждом из заводов) Фёдор платит рабочему $360$ рублей. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось $30$ изделий. Какую наименьшую сумму (в млн рублей) придётся тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

**18.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых неравенство

$$\arcsin(ax+2a+1)+\arccos(2x+a+3)\ge\frac{\pi}{2}$$

имеет хотя бы одно решение.

**19.** Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно $1008$ и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

math100.ru