

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 74****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

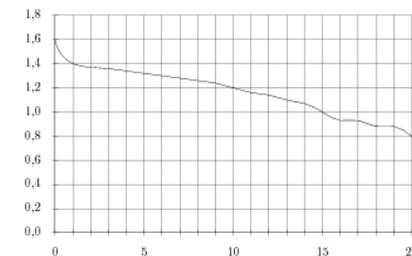
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

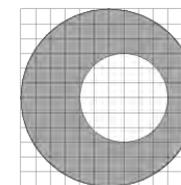
Часть 1

1. В доме, в котором живет Костя, один подъезд. На каждом этаже по семь квартир. Костя живет в квартире 90. На каком этаже живет Костя?

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, через сколько часов работы фонарика напряжение уменьшится до 1,4 вольт.



3. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 12,5. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

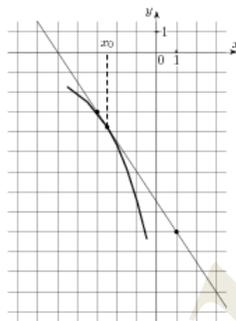


4. Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,043. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступило 50 штук. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

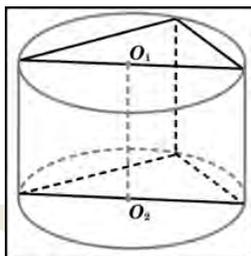
5. Решите уравнение $(2\log_2(x-3)+1)^3 = 27$.

6. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 153. Найдите площадь параллелограмма $A'B'C'D'$, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



8. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$

10. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ / c$, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

11. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите точку максимума функции $y = (2x^2 - 30x + 30)e^{x+9}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{2 \cos x}{\sin 3x + \sin x} - \frac{4}{3} = \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; \pi]$.

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона AB основания равна 12, а высота призмы равна 2. На ребрах B_1C_1 и AB отмечены точки P и Q соответственно, причем $PC_1 = 3$, $AQ = 4$. Плоскость A_1PQ пересекает ребро BC в точке M .

а) Докажите, что точка M является серединой ребра BC .

б) Найдите расстояние от точки B до плоскости A_1PQ .

15. Решите неравенство:

$$\frac{4}{3} \log_3^2(5x-6)^3 - \log_3(5x-6)^3 \cdot \log_3 x^6 \leq -6 \log_3^2 \frac{1}{x}.$$

16. В полуокружности расположены две окружности, касающиеся друг друга, полуокружности и её диаметра.

а) Докажите, что периметр треугольника с вершинами в центрах окружностей и полуокружности равен диаметру полуокружности.

б) Известно, что радиус полуокружности равен 8, а радиус одной из окружностей равен 4. Найдите радиус другой.

17. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 600 тысяч рублей на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15-го числа n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;

— к 15-му числу $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

На сколько месяцев был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 852 тысячи рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых

система
$$\begin{cases} |3x - y + 2| \leq 12, \\ (x - 3a)^2 + (y + a)^2 = 3a + 4 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

19. Про три различных натуральных числа известно, что они являются длинами сторон некоторого тупоугольного треугольника.

а) Могло ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно $\frac{13}{7}$?

б) Могло ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно $\frac{8}{7}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать отношение большего из этих чисел к меньшему из них, если известно, что среднее по величине из этих чисел равно 25?