Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 73

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответов. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развѐрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чѐрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА*!**

Справочные материалы

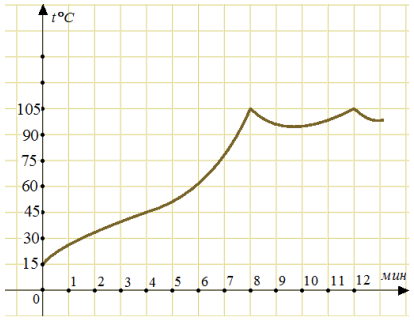
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

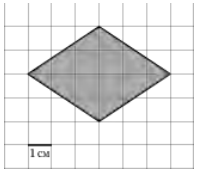
Часть 1

1. На бензоколонке один литр бензина стоит 32 руб. 60 коп. Водитель залил в бак 30 литров бензина и купил бутылку воды за 48 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1500 рублей?

2. На графике показан процесс разогрева двигателя внутреннего сгорания при температуре окружающего воздуха 15 градусов. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат – температура двигателя в градусах Цельсия. К двигателю можно подключить нагрузку, когда температура двигателя достигнет 45 градусов. Какое наименьшее количество минут потребуется выждать, прежде, чем подключить нагрузку к двигателю?



3. Найдите площадь ромба, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\,\text{см}\times 1\,\text{см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

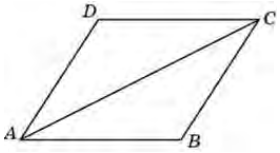


4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

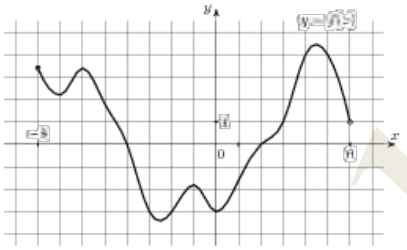
math100.ru

5. Решите уравнение $\dfrac{6}{x^2-19}=1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

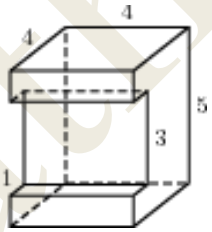
6. Найдите большую диагональ ромба, сторона которого равна $4\sqrt{3}$, а острый угол равен $60°$.



7. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-8;6)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.



8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

9. Найдите значение выражения $q(b-2)-q(b+2)$, если $q(b)=3b$

10. Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле $t=\dfrac{2v_0\sin\alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0=30$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g=10$ м/с^2.

11. Расстояние между городами A и B равно 150 км. Из города A в город B выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе C и повернул обратно. Когда он вернулся в A, автомобиль прибыл в B. Найдите расстояние от A до C. Ответ дайте в километрах.

12. Найдите точку максимума функции $y=7+6x-2x\sqrt{x}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чѐтко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2\sin 7x+\sin 3x+\sqrt{3}\cos 3x=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{3}\right]$.

math100.ru

14. Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 18. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1, M — середина ребра SB, точка L лежит на ребре CD так, что $CL : LD = 7 : 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобедренная трапеция.

б) Найдите площадь этой трапеции.

15. Решите неравенство:

$$\left(\log_{|x+0,5|}(0,25-x)-1\right)\cdot\log_{16}(0,25-x)>\log_4\frac{0,25-x}{|x+0,5|}.$$

16. Окружность, построенная на стороне AD параллелограмма $ABCD$ как на диаметре, проходит через точку пересечения диагоналей параллелограмма.

а) Докажите, что $ABCD$ — ромб.

б) Эта окружность пересекает сторону AB в точке M, причём $AM : MB = 2 : 1$. Найдите диагональ AC, если $AD = \sqrt{6}$.

17. Федор является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара, а если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Федор платит рабочему 400 рублей. Федору нужно каждую неделю производить 225 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$25^{x^2}-2(a+1)5^{x^2}+9a-5=0$$

имеет четыре различных решения.

19. В игре «Дротики» есть 20 наружных секторов, пронумерованных от 1 до 20 и два центральных сектора. При попадании в наружный сектор игрок получает количество очков, совпадающее с номером сектора, а за попадание в центральные сектора он получает 25 или 50 очков соответственно. В каждом из наружных секторов есть области удвоения и утроения, которые, соответственно, удваивают или утраивают номинал сектора. Так, например, попадание в сектор 10 (не в зоны удвоения и утроения) дает 10 очков, в зону удвоения сектора — 20 очков, в зону утроения — 30 очков.

а) Может ли игрок тремя бросками набрать ровно 167 очков?

б) Может ли игрок шестью бросками набрать ровно 356 очков?

в) С помощью какого наименьшего количества бросков, игрок может набрать ровно 1001 очко?

math100.ru