

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 71****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

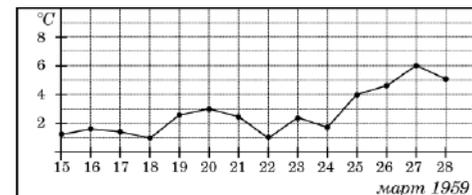
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

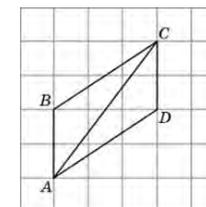
1. В магазине «Сделай сам» вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3300 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Пскове каждый день с 15 по 28 марта 1959 года. По горизонтали указываются



числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода среднесуточная температура была от 2 до 7 градусов Цельсия.

3. Найдите диагональ AC параллелограмма $ABCD$, если стороны квадратных клеток равны 1.



4. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36,8^{\circ}\text{C}$, равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36,8^{\circ}\text{C}$ или выше.

5. Решите уравнение $\frac{x^3 + x^2 - 2x}{x-1} = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответ запишите больший.

6. В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 0,5, $\sin A = \sqrt{17}/17$. Найдите AB .

7. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$.

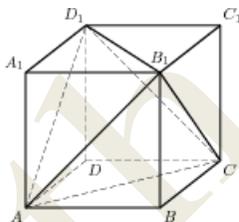
Функция

$$F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$$



одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.

8. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 12,6. Найдите объем треугольной пирамиды $AD_1 CB_1$.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $5 \cdot \log_2 \left(\sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} \right)$

10. Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы, определяемой по формуле

$$A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}, \text{ где } \omega \text{ — частота вынуждающей силы (в } \text{с}^{-1}\text{),}$$

A_0 — постоянный параметр, $\omega_p = 360 \text{с}^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 12,5%. Ответ выразите в с^{-1}

11. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = (x+3)^2 e^{-3-x}$ на отрезке $[-5; -1]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\log_2(4 \sin 2x) - \log_2(2 \cos x) \cdot \log_2(4 \sin x) = 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; \frac{2\pi}{3}\right]$.

14. Основание пирамиды $SABCD$ — квадрат $ABCD$, боковое ребро SA перпендикулярно плоскости основания, $BC = 2SA$. Точка M — середина ребра AB .

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью, проходящей через прямую SM параллельно BD , — равносторонний треугольник.

б) Найдите расстояние между прямыми SM и BD , если $AB = 6\sqrt{3}$.

15. Решите неравенство:

$$9^{\sqrt{x}} \leq 6 \cdot 9^x - 5 \cdot 3^{\sqrt{x}} \cdot 3^x.$$

16. Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .

а) Докажите, что $\angle ABM = \angle DBC = 30^\circ$.

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 9$.

17. Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0,5x^2 + 2x + 5$ млн. рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу продукции годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. Завод выпускает продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p через четыре года суммарная прибыль составит не менее 52 млн рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_3 \frac{18}{12x^2 + 36x + 29} = 3(x - a + 3)^2 + 4a^2 - 12a + 11$$

имеет хотя бы один корень.

19. По кругу в некотором порядке по одному разу написаны числа от 9 до 18. Для каждой из десяти пар соседних чисел нашли их наибольший общий делитель.

а) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители равны 1?

б) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители попарно различны?

в) Какое наибольшее количество попарно различных наибольших общих делителей могло при этом получиться?