

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 67****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

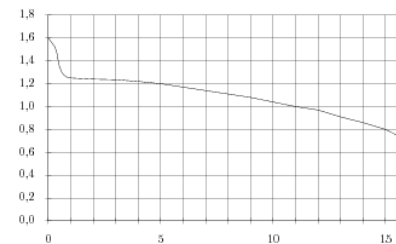
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

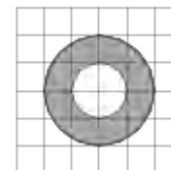
Часть 1

1. В школе 200 учеников, из них 25% — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 20% изучают немецкий язык. Сколько учеников в школе изучают немецкий язык, если в начальной школе немецкий язык не изучается?

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадет с 1,0 вольт до 0,8 вольт.



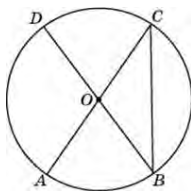
3. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 37. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



4. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,87. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,55. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

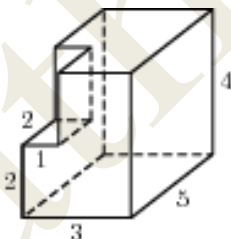
5. Решите уравнение $\frac{2}{15}x^2 = 2\frac{7}{10}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

6. В окружности с центром O AC и BD — диаметры. Центральный угол AOD равен 110° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 15$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 2$ с.

8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x}$ при $x > 0$

10. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной 1 км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v^2 = 2la$. Определите, с какой наименьшей скоростью будет двигаться автомобиль на расстоянии 1 километра от старта, если по конструктивным особенностям автомобиля приобретаемое им ускорение не меньше 5000 км/ч². Ответ выразите в км/ч.

11. Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = -14x + 7\operatorname{tg} x + \frac{7\pi}{2} + 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$||2x - 7| - x| = 7 - x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[0; \frac{7}{2}\right]$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $PABCD$ сторона основания $ABCD$ равна 12, боковое ребро $PA = 12\sqrt{2}$. Через вершину A проведена плоскость α , перпендикулярная прямой PC и пересекающая ребро PC в точке K .

а) Докажите, что плоскость α делит высоту PH пирамиды $PABCD$ в отношении $2 : 1$, считая от вершины P .

б) Найдите расстояние между прямыми PH и BK .

15. Решите неравенство:

$$(x+1)\log_3 6 + \log_3 \left(2^x - \frac{1}{6}\right) \leq x - 1.$$

16. Окружности, построенные на сторонах AB и AC треугольника ABC как на диаметрах, пересекаются в точке D , отличной от A .

а) Докажите, что точка D лежит на прямой BC .

б) Найдите угол BAC , если $\angle ACB = 30^\circ$, $DB : DC = 1 : 3$ и точка D лежит на отрезке BC .

17. По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 11% в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{|x-3|} + \sqrt{|y-1|} = 4, \\ x^2 - 6x + y^2 - 2y = 16a^2 - 10 \end{cases}$$
 имеет ровно четыре различных решения.

19. Участники одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 73 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 5 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?

б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился?

в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 80, средний балл участников, сдавших тест, составил 90, а средний балл участников, не сдавших тест, составил 65. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 93, а не сдавших — 69. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?