Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 66

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответов. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развѐрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чѐрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

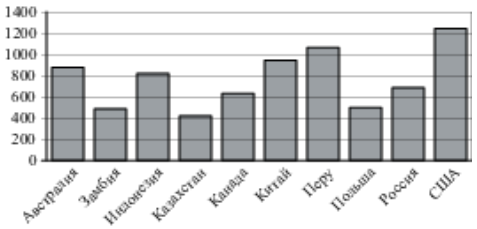
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

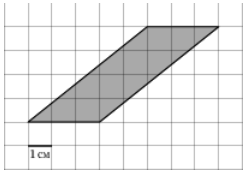
Часть 1

1. Тетрадь стоит 10 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 500 рублей после понижения цены на 25%?

2. На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Индонезия?



3. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см}\times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



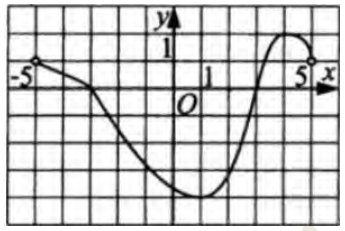
4. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

math100.ru

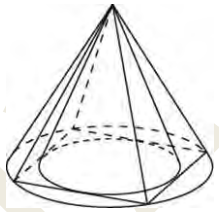
5. Решите уравнение $6^{3-x}=0,6\cdot 10^{3-x}$.

6. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен $40°$. Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

7. Функция $y=f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[-5;5]$. На рисунке изображён график её производной. Найдите точку x_0, в которой функция принимает наибольшее значение, если $f(-5)\geq f(5)$.



8. Во сколько раз объем конуса, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, больше объема конуса, вписанного в эту пирамиду?



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\dfrac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$

10. Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом $q=2\cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v=5$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B=4\cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F_л=qvB\sin\alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha\in[0^\circ;180^\circ]$ шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила $F_л$ была не менее чем $2\cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

11. Из городов А и В, расстояние между которыми равно 330 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 180 км от города В. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города А. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите точку максимума функции $y=5+9x-\dfrac{x^3}{3}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{\log_2^2(\sin x)+\log_2(\sin x)}{2\cos x-\sqrt{3}}=0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\dfrac{\pi}{2};2\pi\right]$.

math100.ru

14. Точка M — середина ребра CD единичного куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Через вершину A_1 проведена плоскость, параллельная прямым AM и D_1M.

а) Докажите, что эта плоскость проходит через середину ребра AB.

б) Найдите площадь сечения куба этой плоскостью.

15. Решите неравенство:

$$x^2 \log_{25} x \geq \log_{25} x^3 + x \log_5 x .$$

16. В параллелограмме лежат две окружности, касающиеся друг друга и трѐх сторон параллелограмма каждая.

а) Докажите, что одна из сторон параллелограмма видна из центра одной из окружностей под прямым углом.

б) Найдите площадь параллелограмма, если радиус одной из окружностей равен 2, а один из отрезков стороны параллелограмма от вершины до точки касания с одной из окружностей равен 4.

17. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

• каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

• с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

• в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн. рублей?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство

$$\big|\big|x-2a\big|+3a\big|+\big|\big|3x+a\big|-4a\big|\leq 5x+24$$

выполняется для всех значений $x \in [0;6]$.

19. Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 16?

б) Каково наибольшее значение n, если сумма всех данных чисел меньше 900?

в) Найдите все возможные значение n, если сумма всех данных чисел равна 235.

math100.ru