

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 65****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

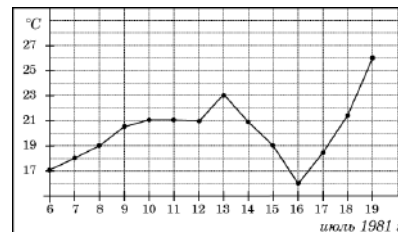
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 10 человек

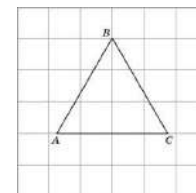
следует взять $\frac{1}{10}$ фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 3 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – температура в градусах Цельсия.



Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какой была наименьшая среднесуточная температура за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.

3. Найдите радиус окружности, описанной около правильного треугольника ABC , считая стороны квадратных клеток равными 1.

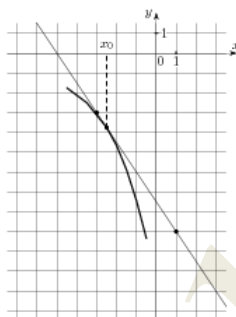


4. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «А = сумма очков равна 3»?

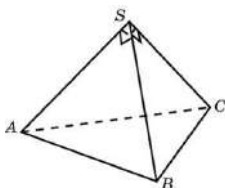
5. Решите уравнение $\sqrt{2+\sqrt{x}} = \sqrt{x}$. Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе укажите меньший.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB=13$, $\operatorname{tg} A = \frac{1}{5}$. Найдите AH .

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



8. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 6. Найдите объем пирамиды.



Часть 2

9. Найдите $3\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

10. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах,

меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{250}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

11. Часы со стрелками показывают 5 часов 10 минут. Через сколько минут минутная стрелка в седьмой раз поравняется с часовой?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{x^2 + 144}{x}$ на отрезке $[-19; -1]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}; \sqrt{90}\right]$.

14. Основание прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — квадрат $ABCD$.

а) Докажите, что прямые BD_1 и AC перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между этими прямыми, если стороны основания параллелепипеда равны 3, а боковые рёбра равны 6.

15. Решите неравенство:

$$\frac{3^{x^2+x} - 4 \cdot \sqrt{3^{x^2+x}} + 3}{\sqrt{x} - \sqrt{x+4}} \leq 0.$$

16. Две окружности касаются внешним образом в точке C . Прямая касается меньшей окружности в точке A , а большей — в точке B , отличной от A . Прямая AC вторично пересекает большую окружность в точке D , прямая BC вторично пересекает меньшую окружность в точке E .

а) Докажите, что прямая AE параллельна прямой BD .

б) Пусть L — отличная от D точка пересечения отрезка DE с большей окружностью. Найдите EL , если радиусы окружностей равны 2 и 5.

17. Предприниматель Масуд хочет открыть в городе несколько магазинов по продаже фруктов. Он подсчитал, что жители города тратят 27 млн. рублей в год на фрукты, причем эта сумма делится поровну между всеми магазинами, продающими фрукты. Известно, что функционирование одного магазина обходится в 1 млн. рублей в год. Какую наибольшую прибыль (в млн. рублей в год) может получить Масуд, если в городе уже работают 3 магазина?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $\arccos(ax - a + 1) \leq \arccos(2x + a - 3)$ имеет хотя бы одно решение.

19. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 4, 6, 8, 10.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 22?

в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 8, 10, 15, 16, 17, 18, 23, 24, 25, 26, 31, 33, 34, 41.