

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 64****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

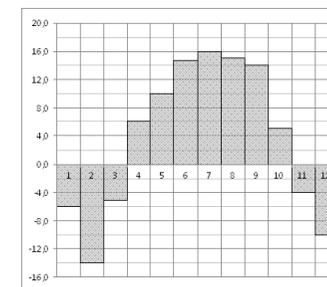
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

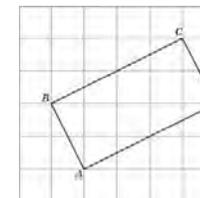
Часть 1

1. Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 200 рублей в воскресенье?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1994 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



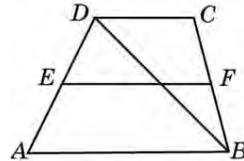
3. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$, если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{5}$.



4. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 28% этих стекол, вторая — 72%. Первая фабрика выпускает 2% бракованных стекол, а вторая — 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

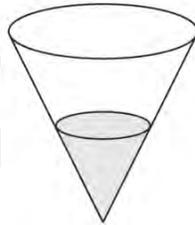
5. Решите уравнение $\log_3(\sin \pi x) = \log_3(\cos \pi x)$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

6. Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.



7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^2 + 4t + 15$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 3$ с.

8. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{2}$ высоты. Объем жидкости равен 70 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Часть 2

9. Найдите значение выражения $x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ при $x \leq 2$

10. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = \text{const}$, где p — давление в газе в паскалях, V — объем газа в кубических метрах. В ходе

эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = \frac{5}{3}$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем V может занимать газ при давлениях p не ниже $3,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$? Ответ выразите в кубических метрах.

11. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 7700 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Еще ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 847 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = (x + 3)^2(x + 5) - 1$ на отрезке $[-4; -1]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos^2 x} = 63.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi \right]$.

14. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Расстояние между этими хордами равно $\sqrt{730}$.

а) Докажите, что центры оснований цилиндра лежат по разные стороны от этой плоскости.

б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

15. Решите неравенство:

$$(x^2 + 2)^{\lg(7x^2 - 4x + 1)} + (7x^2 - 4x + 1)^{\lg(x^2 + 2)} \leq 2.$$

16. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Биссектриса угла ADC проходит через середину боковой стороны AB .

а) Докажите, что сумма оснований трапеции равна боковой стороне CD .

б) Найдите площадь трапеции $ABCD$, если $AB = 8$, $BC = 2$ и $CD = 10$.

17. В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2018, 2019 и 2020 гг. долг остаётся равным S тыс. рублей;
- выплаты в 2021 и 2022 годах равны по 625 тыс. рублей;

• к июлю 2022 года долг будет выплачен полностью. Найдите общую сумму выплат за пять лет. Ответ дайте в тыс. рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(a - 3)x - 4ay + 5a^2 - 6a = 0, \\ y^2 = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19. Даны две последовательности: 2, 4, 8, 16, 14, 10, 2 и 3, 6, 12. В каждой из них каждое число получено из предыдущего по одному и тому же закону.

- а) Найдите этот закон.
- б) Найдите все натуральные числа, переходящие сами в себя (по этому закону).
- в) Докажите, что число 21991 после нескольких переходов станет однозначным.