

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 61****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

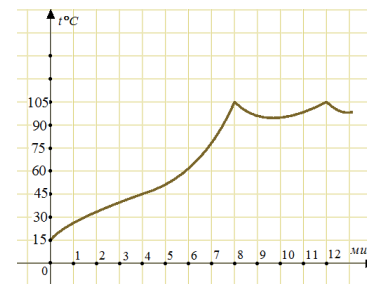
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

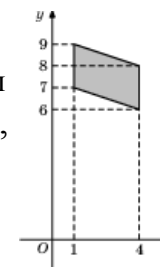
Часть 1

1. Клиент взял в банке кредит 12 000 рублей на год под 16%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

2. На графике показан процесс разогрева двигателя внутреннего сгорания при температуре окружающего воздуха 15 градусов. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. К двигателю можно подключить нагрузку, когда температура двигателя достигнет 45 градусов. Какое наименьшее количество минут потребуется выждать, прежде, чем подключить нагрузку к двигателю?



3. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (1;7), (4;6), (4;8), (1;9).

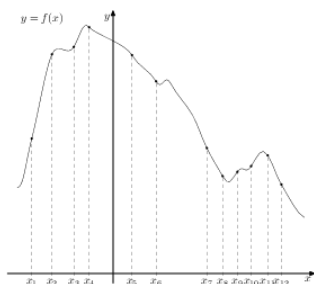


4. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

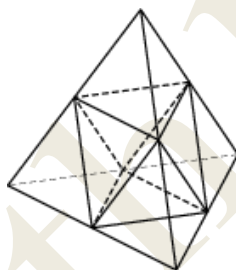
5. Решите уравнение $3^{x^2-7x-1} = 9$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите их сумму.

6. Площадь параллелограмма равна 40, две его стороны равны 5 и 10. Найдите большую высоту этого параллелограмма.

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



8. Площадь поверхности тетраэдра равна 3,8. Найдите площадь поверхности многогранника, вершинами которого являются середины ребер данного тетраэдра.



Часть 2

9. Найдите значение выражения

$$\frac{-5}{\sin^2 16^\circ + \cos^2 196^\circ}$$

10. Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная,

площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь

$$S = \frac{1}{16} \cdot 10^{20} \text{ м}^2, \text{ а излучаемая ею мощность } P \text{ не менее}$$

$9,12 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

11. Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась.

12. Найдите точку максимума функции $y = (x - 9)^2 e^{9-x}$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(\operatorname{tg}^2 x - 3) \sqrt{11 \cos x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14. Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ с вершиной S .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через прямую AB и середину высоты SH пирамиды.

б) Пусть K — точка пересечения этой плоскости с ребром SC . Найдите угол между прямой BK и плоскостью ASB , если $AB : AS = 1 : 2$.

15. Решите неравенство:

$$(4^{x^2-x-6} - 1) \cdot \log_{0,25}(4^{x^2+2x+2} - 3) \leq 0.$$

16. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

а) Докажите, что прямые EH и AC параллельны.

б) Найдите отношение EH и AC , если $\angle ABC = 45^\circ$.

17. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат (в млн рублей) после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж составит 1,25 млн рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых

система уравнений
$$\begin{cases} y = \sqrt{5 + 4x - x^2} + 2, \\ y = \sqrt{9 - a^2 + 2ax - x^2} + a \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

19. На доске написано 30 чисел: десять «5», десять «4» и десять «3». Эти числа разбивают на две группы, в каждой из которых есть хотя бы одно число. Среднее арифметическое чисел в первой группе равно A , среднее арифметическое чисел во второй группе равно B . (Для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу.)

а) Приведите пример разбиения исходных чисел на две группы, при котором среднее арифметическое всех чисел меньше $\frac{A+B}{2}$.

б) Докажите, что если разбить исходные числа на две группы по 15 чисел, то среднее арифметическое всех чисел будет равно $\frac{A+B}{2}$.

в) Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{A+B}{2}$.