

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 60****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

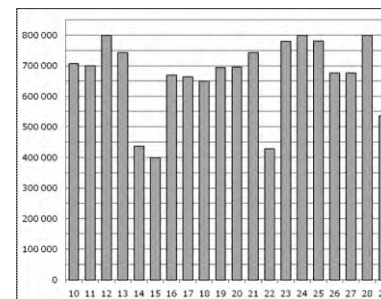
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

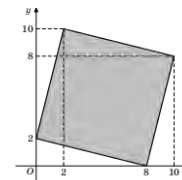
Часть 1

1. В квартире, где проживает Алексей, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 сентября счётчик показывал расход 103 куб.м воды, а 1 октября — 114 куб.м. Какую сумму должен заплатить Алексей за холодную воду за сентябрь, если цена 1 куб.м холодной воды составляет 19 руб. 20 коп.? Ответ дайте в рублях.

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день.



3. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (8;0), (10;8), (2;10), (0;2).

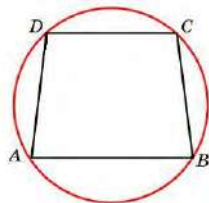


4. В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

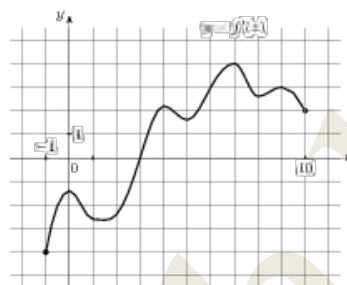
5. Решите уравнение $\sqrt{5-x} \cdot \log_{6-x}(x^2 - 6x - 6) = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

6. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Найдите высоту трапеции.



7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 10)$. В какой точке отрезка $[5; 9]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?



8. Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $5(p(2x) - 2p(x+5))$, если $p(x) = x - 10$

10. При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad \text{где } l_0 = 5 \text{ м — длина покоящейся ракеты,}$$

$c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 4 м? Ответ выразите в км/с.

11. Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов текста, а Ваня — на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^3}{3} - 9x - 7$ на отрезке $[-3; 3]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2^{2x^2} + 2^{x^2+2x+2} = 2^{5+4x}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-1; 2]$.

14. Дана правильная треугольная пирамида $DABC$ с вершиной D . Точка M — середина ребра AB , N — основание перпендикуляра, опущенного из точки M на прямую CD .

а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна прямой AB .

б) Найдите угол между боковыми гранями пирамиды, если угол между боковым ребром и плоскостью основания равен 60° .

15. Решите неравенство:

$$3 < \frac{7x^2 - 5x + 7}{x^2 + 1} < 6.$$

16. Окружности с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке C . К окружностям проведены общая внешняя касательная и общая внутренняя касательная. Эти касательные пересекаются в точке D .

а) Докажите, что треугольник O_1DO_2 прямоугольный.

б) Найдите радиусы окружностей, если $DO_1 = \sqrt{5}$ и $DO_2 = 2\sqrt{5}$.

17. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 20% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на 5 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 12 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любой корень уравнения $4\sqrt[3]{3,5x - 2,5} + 3\log_2(3x - 1) + 2a = 0$ принадлежит отрезку $[1; 3]$.

19. Пусть $K(n)$ обозначает сумму квадратов всех цифр натурального числа n .

а) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 171$?

б) Существует ли такое трёхзначное число n , что $K(n) = 172$?

в) Какое наименьшее значение может принимать выражение $4K(n) - n$, если n — трёхзначное число?