

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 58****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

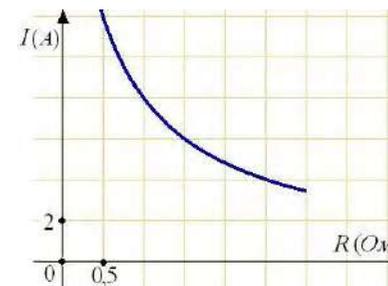
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В розницу один номер еженедельного журнала стоит 24 рубля, а полугодовая подписка на этот журнал стоит 460 рублей. За полгода выходит 25 номеров журнала. Сколько рублей можно сэкономить за полгода, если не покупать каждый номер журнала отдельно, а получать журнал по подписке?

2. Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя – чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и тем быстрее вращается мотор отопителя. На рисунке показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На оси абсцисс откладывается сопротивление (в Омах), на оси ординат – сила тока в Амперах. На сколько ампер изменится сила тока, если увеличить сопротивление с 0,5 Ом до 2,5 Ом?



3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A и B . Найдите длину отрезка AB .

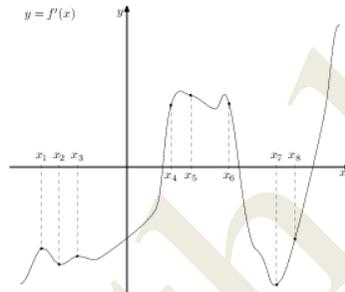


4. Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

5. Решите уравнение $\log_{x^2}(x+2)=1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

6. В треугольнике ABC угол C равен 58° , AD и BE — биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.

7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



8. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны $\sqrt{245}$. Найдите расстояние между точками B и E_1 .

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{\log_2 20}{\log_2 12} + \log_{12} 0,05$

10. Катер должен пересечь реку шириной $L = 100$ м и со скоростью течения $u = 0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

11. Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 8x + 8)e^{2-x}$ на отрезке $[1; 7]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{5 \cos x + 4}{4 \operatorname{tg} x - 3} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14. Основание $ABCD$ призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — равнобедренная трапеция с основаниями AB и CD . Боковые стороны равны меньшему основанию CD , а их продолжения пересекаются под углом 60° .

а) Плоскость CA_1D_1 пересекает ребро AB в точке M . Докажите, что прямая D_1M проходит через середину диагонали A_1C .

б) Найдите угол между боковым ребром BB_1 и плоскостью CA_1D_1 , если призма прямая, а $AA_1 : AD = \sqrt{3} : 2$.

15. Решите неравенство:

$$x^3 - \frac{1}{x^3} \geq 4 \left(x - \frac{1}{x} \right).$$

16. В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Прямая, проходящая через вершину B перпендикулярно AM , пересекает сторону AC в точке N . $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 9$.

а) Докажите, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам.

б) Пусть P — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите отношение $AP : PN$.

17. Вклад в размере 20 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 20% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 24 млн рублей.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $4(a-3)x^2 - 2(2a+1)x + a > 0$ имеет решения и любое его решение принадлежит отрезку $[-2; 2]$.

19. Даны последовательные нечётные числа $1, 3, 5, \dots, 77, 79$. Из них выбирают произвольно семь чисел, располагают их в порядке возрастания и четвертое по величине число (медиану ряда) принимают за A , а среднее арифметическое всех семи чисел принимают за B .

а) Может ли $B - A$ быть равным $2/7$?

б) Может ли $B - A$ быть равным $3/7$?

в) Найти наибольшее возможное значение $B - A$.