Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 57

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответов. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развѐрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чѐрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

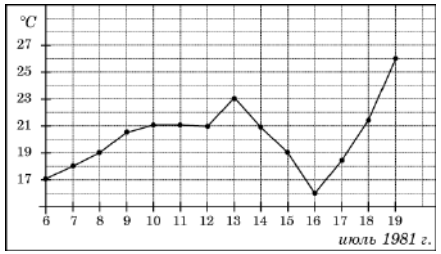
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

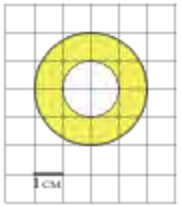
Часть 1

1. Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 15 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 5 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 7 литров маринада?

2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какая была температура 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. Найдите (в см^2) площадь S кольца, изображѐнного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см}\times 1\text{ см}$ (см. рис.). В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.

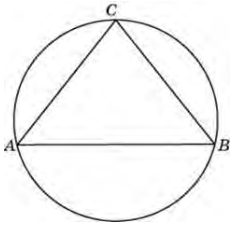


4. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Македонии, 8 спортсменов из Сербии, 3 спортсмена из Хорватии и 6 — из Словении. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Сербии.

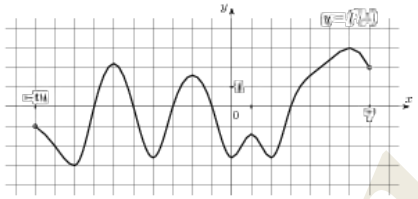
math100.ru

5. Решите уравнение $2^{\sqrt{x+2}}=4^{-\frac{x}{2}}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

6. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



7. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10;7)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6;2]$.



8. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны ребра $AB=8$, $AD=6$, $AA_1=21$. Найдите синус угла между прямыми CD и A_1C_1.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\dfrac{5\sin 74^\circ}{\cos 37^\circ\cdot\cos 53^\circ}$.

10. Автомобиль, масса которого равна $m=2160$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S=500$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F=\dfrac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F, приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н. Ответ выразите в секундах

11. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

12. Найдите наименьшее значение функции $y=7\sin x-8x+9$ на отрезке $\left[-\dfrac{3\pi}{2};0\right]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чѐтко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2\left(x^2+x+1\right)^2-7\left(x-1\right)^2=13\left(x^3-1\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0;3]$.

math100.ru

14. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки K и L —центры граней BB_1C_1C и $A_1B_1C_1D_1$ соответственно.

а) Докажите, что точка пересечения прямой KL с плоскостью основания $ABCD$ равноудалена от вершин B и C.

б) Пусть M — середина ребра CD. Найдите котангенс угла между прямыми MD_1 и KL, если известно, что $AB = 2AA_1$.

15. Решите неравенство:

$$\log_{1/3}\left(\log_5\left(\log_2\frac{7x-3}{x-4}\right)\right)\geq 0.$$

16. На сторонах AD и BC параллелограмма $ABCD$ взяты соответственно точки M и N, причѐм M — середина AD, а $BN : NC = 1 : 3$.

а) Докажите, что прямые AN и AC делят отрезок BM на три равные части.

б) Найдите площадь четырѐхугольника, образованного пересечениями прямых AN, AC, BD и BC, если площадь параллелограмма $ABCD$ равна 40.

17. В двух шахтах добывают алюминий и никель. На первой шахте имеется 50 рабочих, каждый из которых готов трудиться 6 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 3 кг никеля. На второй шахте имеется 180 рабочих, каждый из которых готов трудиться 6 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 3 кг алюминия или 1 кг никеля. Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 3 кг алюминия приходится 2 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $(a+4)x^2+4(a+1)x+2a+2=0$ имеет хотя бы один корень, больший -2.

19. В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 4 письма, или 21 письмо, причѐм и тех и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

а) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?

б) Какое наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?

в) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Какое наибольшее количество девушек в такой группе?

math100.ru