

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 54****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

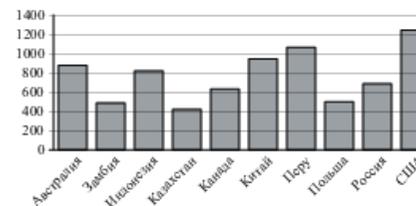
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

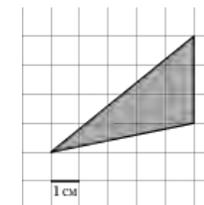
Часть 1

1. В сентябре 1 кг огурцов стоил 50 рублей, в октябре огурцы подорожали на 15%, а в ноябре еще на 20%. Сколько рублей стоил 1 кг огурцов после подорожания в ноябре?

2. На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Индонезия?



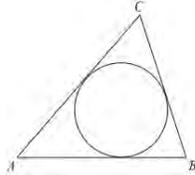
3. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



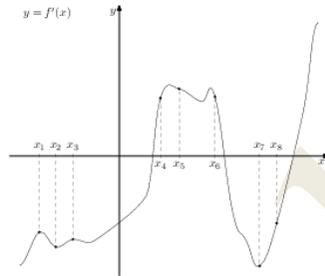
4. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

5. Решите уравнение $(x-5)^2 = (x-5)(2x+1)$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

6. Площадь треугольника равна 54, а его периметр 36. Найдите радиус вписанной окружности.



7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



8. Площадь основания конуса равна 18. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки 3 и 6, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.

Часть 2

9. Найдите $\frac{10\cos\alpha + 4\sin\alpha + 15}{2\sin\alpha + 5\cos\alpha + 3}$, если $\operatorname{tg}\alpha = -2,5$.

10. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 20$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 5$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 30 метров. Ответ выразите в секундах.

11. Часы со стрелками показывают 10 часов 35 минут. Через сколько минут минутная стрелка во второй раз поравняется с часовой?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 8x + 8)e^{2-x}$ на отрезке $[1; 7]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2\log_3^2(8\sin x - \sqrt{3}) - 7\log_3(8\sin x - \sqrt{3}) + 6 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. Дана правильная четырёхугольная пирамида $SABCD$ с вершиной S . Все рёбра пирамиды равны. Точка M — середина ребра BC .

а) Докажите, что ортогональная проекция середины ребра AB на плоскость CSD делит медиану SN этой грани в отношении $1 : 2$, считая от вершины S .

б) Найдите угол между прямой SM и плоскостью CSD .

15. Решите неравенство:

$$\log_3 x + 4\sqrt{\log_3 x} + 4 \geq \frac{14 + 4\sqrt{\log_3 x}}{\log_3 x - 4\sqrt{\log_3 x} + 5}.$$

16. Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку B проведена прямая, пересекающая окружности в точках C и D , лежащих по разные стороны от прямой AB . Касательные к этим окружностям в точках C и D пересекаются в точке E .

а) Докажите, что четырёхугольник $ACED$ вписанный.

б) Найдите AE , если $AB = 10$, $AC = 16$, $AD = 15$.

17. 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа месяца и все следующие месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на 50 тысяч рублей, в течении 1 года, на 30 тысяч рублей в течении 2 года.

Найдите сумму выплаченную банку?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых решением системы неравенств

$$\begin{cases} \log_2 x \geq a - 3 \\ ax \geq 1 \\ \sqrt{x+2} \geq x \end{cases}$$

является отрезок, длина которого равна 1.

19. а) Приведите пример семизначного числа, вычёркивая цифры которого, можно получить каждое из чисел: 123, 426, 786.

б) Существует ли девятизначное число, вычёркивая цифры которого, можно получить каждое из чисел: 123, 238, 435, 567, 791?

в) Найдите наименьшее число, из которого можно получить все числа от 1 до 40 включительно, вычёркивая из него цифры.