

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 316

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КНИ Ответ: -0,8 10 - 0,8

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

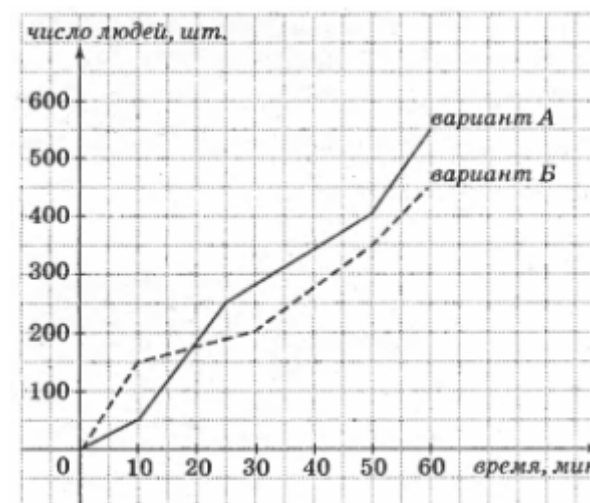
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Борис Абрамович купил автомобиль со скидкой 80% от рыночной цены и продал его, получив прибыль в размере 70%. С какой скидкой от рыночной цены (в процентах) был продан автомобиль?

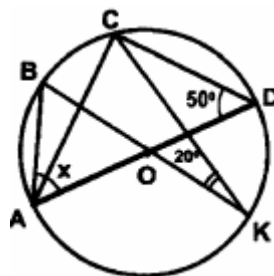
Ответ: _____.

2. На улицах города в течение часа проводился социологический опрос, в ходе которого каждый из опрашиваемых должен был выбрать один из вариантов ответа: вариант А или вариант Б. На графиках показаны результаты этого опроса. (По горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала опроса – в минутах, а по вертикальной – количество людей, выбравших за это время соответствующий вариант ответа). Какая часть людей от общего числа всех опрошенных проголосовала за последние 10 минут проведения этого опроса?



Ответ: _____.

3. Найдите градусную меру угла BAD , изображенного на рисунке



Ответ: _____.

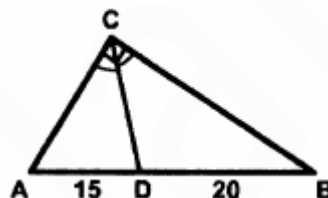
4. Аня загадывает два случайных числа от 1 до 9. Найдите вероятность того, что сумма этих чисел делится на 3. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения или среднее арифметическое его корней, если их несколько $\log_3(3^x - 3\sqrt{3}) + \log_3(3^x + 3\sqrt{3}) = \log_3(6 \cdot 3^x)$

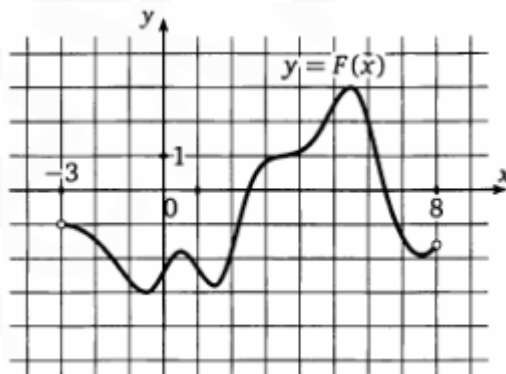
Ответ: _____.

6. Найдите площадь прямоугольного треугольника ABC , изображенного на рисунке. CD – биссектриса угла ACB



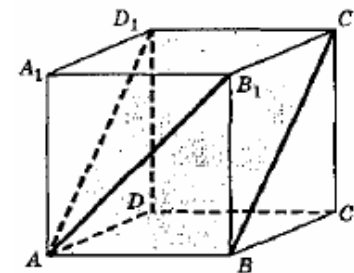
Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции f , определенной на интервале $(-3; 8)$. Определите количество целых чисел x_i , для которых $f(x_i)$ отрицательно.



Ответ: _____.

8. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью ABC_1 . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения при $x = 14^0$

$$\log_2(1 + \tan^2 x) + \log_2(1 + \cot^2 x) + 2 \log_2(\sin 2x)$$

Ответ: _____.

10. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = \text{const}$, где p – давление газа (в атмосферах), V – объем газа (в литрах). Изначально объем газа равен 294,4 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объема надо сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

11. Часы со стрелками показывают 3 часа 50 минут. Через сколько минут минутная стрелка в восьмой раз поравняется с часовой?

Ответ: _____.

12. Найдите значение функции $f(x) = 4^{\log_4 \frac{(x+3)^2}{x^3 - 12x} + \log_{0,5}(x+3)}$ в точке минимума

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\log_2 \sin 2x + \log_{1/2} \cos x = \frac{1}{2}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 4. Точки M и N – середины ребер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5:1, считая от точки C .

б) Найдите периметр многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

15. Решите неравенство $32 \cdot 2^{x^2+3x} - \frac{2^{x^2}}{16} + 1 \geq 2^{3x+9}$

16. Точки A и B лежат на окружности с центром O и радиусом 6, а точка C равноудалена от точек A , B и O . Другая окружность с центром Q и радиусом 8 описана около треугольника ACO .

а) Докажите, что точка пересечения прямых AB и CQ лежит на окружности, описанной около треугольника OCB .

б) Найдите длину отрезка QB .

17. 15 декабря планируется взять кредит в банке на 61 месяц. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа первого месяца долг должен уменьшиться на 900 тысяч рублей, все следующие месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на 30 тысяч рублей. Найдите r , если переплата по кредиту составила 1152 тыс. рублей?

18. Найдите все значения x , при которых равенство

$$2 \log_{2+a^2} (4 - \sqrt{7+2x}) = \log_{2+a^2x^2} (4-3x)$$

выполняется при любом значении параметра a .

19. Натуральное число, являющееся полным квадратом, обладает следующим свойством: если все его цифры уменьшить на одно и то же натуральное число, то получится число, также являющееся полным квадратом.

а) Приведите пример двузначного числа, обладающего указанным свойством

б) Найдите все двузначные числа, обладающие указанным свойством

в) Найдите все четырехзначные числа, обладающие указанным свойством