

Текстовые задачи с целочисленными неизвестными (задание 21 ЕГЭ)

Блок 1. Подготовительные задачи

1. Найдите все $n \in \mathbb{Z}$, при которых дробь A является целым числом, если: а) $A = \frac{3n+7}{n+1}$; б) $A = \frac{6n-2}{2n+3}$;

в) $A = \frac{8n+7}{4n+5}$; г) $A = \frac{4n+5}{2n+1}$.

2. Найдите все $n \in \mathbb{Z}$, при которых дробь A является целым числом, если: а) $A = \frac{6n+5}{4n+3}$; б) $A = \frac{7n+13}{2n+5}$;

в) $A = \frac{5n-3}{3n+4}$; г) $A = \frac{11n+6}{5n-1}$.

3. На какое наибольшее натуральное число можно сократить дробь A , если известно, что она сократима ($n \in \mathbb{Z}$): а) $A = \frac{3n+7}{2n+3}$; б) $A = \frac{7n+2}{13n+1}$; в) $A = \frac{4n-3}{5-2n}$; г) $A = \frac{6n+7}{8n+9}$?

4. На какое наибольшее натуральное число можно сократить дробь A , если известно, что она сократима, а дробь $\frac{m}{n}$ – несократима ($m, n \in \mathbb{Z}$): а) $A = \frac{5n-3m}{3n+4m}$; б) $A = \frac{3n+4m}{4n+3m}$; в) $A = \frac{2n+3m}{4m-5n}$; г) $A = \frac{6n-7m}{7n-6m}$?

5. Найдите все целые числа x и y из условия: а) $3x-6y+9=y-2$; б) $12x=6y-18+x+1$; в) $7y=14x-y-6$; г) $3y+6x=5$.

6. Найдите все целые числа x и y из условия: а) $3x+9=4y$; б) $8x=14y-7$; в) $13x=6y-19$; г) $13y+7x=5$.

7. Решите уравнение в целых числах: а) $3x-7=2y$; б) $4y=17x-9$; в) $11x=6y-12$; г) $7x+8y=9$.

8. Решите уравнение в целых числах: а) $5x-7y=2$; б) $5x+6y=9$; в) $3y+4x=19$; г) $2001x+2002y=2003$.

9. Решите уравнение в целых числах: а) $7x-12y=11$; б) $9x+17y=23$; в) $5x-7y=4$; г) $23x+5y=17$; д) $13y-5x+7=0$; е) $15x-11y=7$.

10. Решите уравнение в целых числах: а) $(x-2y)(2x-1+y)=11$; б) $(x+3y-1)(2x-1-y)=3$; в) $(x-3y-1)(2x+8-y)=7$; г) $(4x-y+6)(2x+3y-6)=13$.

11. Решите уравнение в целых числах: а) $x^2 = y^2 + 2y + 8$; б) $x^2 - 3xy + 2y^2 = 3$; в) $x^2 - 4xy - 5y^2 = 7$; г) $2x^2 + xy - 6y^2 + 3 = 0$; д) $3x^2 - 11xy + 6y^2 + 2 = 0$; е) $7x^2 + 12xy - 4y^2 = 15$.

12. Решите уравнение в целых числах: а) $x^2 + xy + y^2 - 2x + 2y + 4 = 0$; б) $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$; в) $x^2 - 2xy + 2y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$.

13. Решите уравнение в целых числах: а) $3x - xy - 2y = 6$; б) $2x + 3xy - 2y = 13$; в) $11xy = 5x + 5 + 1$; г) $7x - 13xy + 7y - 5 = 0$.

14. Решите уравнение в целых числах: а) $2x^2 - 2xy + x + y + 2 = 0$; б) $6y^2 - 3xy - x - y = 6$; в) $x^3 - 3xy + 3y = 0$; г) $2x^4 - 5x^3y + 3 = 0$.

15. Решите уравнение в целых числах: а) $3x^2 + 5xy - 2y^2 - 7x + 1 = 0$; б) $2x^2 - 3xy + y^2 + 3y = 21$; в) $6x^2 + xy - 2y^2 + 4x - 2y = 7$; г) $2x^2 - xy - 3y^2 - 3x + 17y - 25 = 0$.

Ответы. 1. а) $\{-5; -3; -2; 0; 1; 3\}$; б) $\{-7; -2; -1; 4\}$; в) $\{-2; -1\}$; г) $\{-2; -1; 0; 1\}$. 2. а) $\{-1\}$; б) ни при каких; в) $\{-11; -1\}$; г) $\{-8; 0\}$. 3. а) 5; б) 19; в) 7; г) 2. 4. а) 29; б) 7; в) 23; г) 13. 5. а) $(7n-1; 3n+2), n \in \mathbb{Z}$; б) $(6n-1; 11n+6), n \in \mathbb{Z}$; в) $(-4n-3; -7n-6), n \in \mathbb{Z}$; г) таких целых чисел нет. 6. а) $(4n-3; 3n), n \in \mathbb{Z}$; б) таких целых чисел нет; в) $(6n-1; 13n+1), n \in \mathbb{Z}$; г) $(-13n+10; 7n-5), n \in \mathbb{Z}$. 7. а) $(2n+1; 3n-2), n \in \mathbb{Z}$; б) $(4n+1; 17n-2), n \in \mathbb{Z}$; в) $(6n; 11n+2), n \in \mathbb{Z}$; г) $(-8n-1; 7n+2), n \in \mathbb{Z}$. 8. а) $(7n-1; 5n-1), n \in \mathbb{Z}$; б) $(6n+3; -5n-1), n \in \mathbb{Z}$; в) $(3n+4; -4n+3), n \in \mathbb{Z}$; г) $(2002n-1; -2001n+2), n \in \mathbb{Z}$.