

Тренировочный вариант №50

Часть 1.

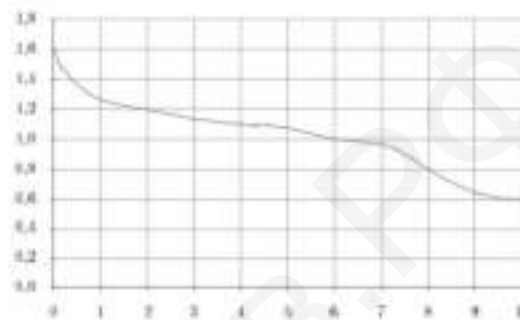
1.

До конца суток осталось $\frac{5}{3}$ того времени, что уже прошло от начала суток. Какой теперь час?

2.

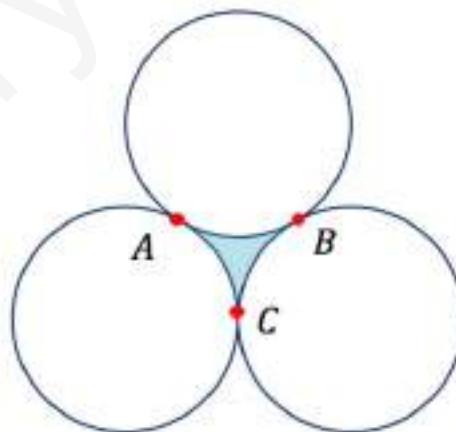
При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах.

Определите по рисунку, на сколько вольт упадет напряжение за 8 часов работы фонарика.



3.

Три окружности радиуса 3 попарно касаются друг друга в точках A , B , C . Найдите площадь замкнутой фигуры, ограниченной меньшими дугами окружностей AB , BC и AC . Результат разделите на $2\sqrt{3} - \pi$.



4.

Стрелок стреляет по мишени. Известно, что вероятность попадания каждый раз равна $p=0,3$. Какова вероятность того, что стрелок попадет ровно 3 раза из четырех попыток?

5.

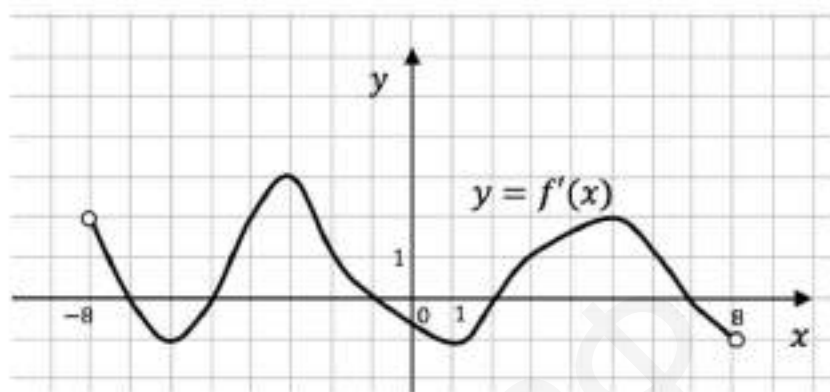
Решите уравнение $3^x = 10 - \log_2 x$

6.

В окружность радиуса 5 вписан квадрат $KLMN$. На дуге KL окружности выбрана точка E так, что $EK=6$. Найдите площадь треугольника KEN .

7.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 8)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



8.

Полукруг свернут в коническую поверхность. Найдите угол (в градусах) между образующей и осью конуса.

9.

Найдите значение выражения $a^2 + \frac{1}{a^2}$, если $a - \frac{1}{a} = 0,6$.

10.

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 6,24$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{100}$ м/мин², и $b = -\frac{1}{2}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

11.

Сумма первого и четвертого членов геометрической прогрессии в три раза больше суммы ее первого и второго членов. Найдите первый член прогрессии, если сумма первых восьми ее членов равна 51.

12.

Найдите наибольшее значение функции $y = 2\sqrt{x-2} + 4\sqrt{7-x}$.

Часть 2.

Задание 13.

а) Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 2} - \sqrt{x^2 - x - 2} = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$$

б) Укажите корни, принадлежащие промежутку $[-1, 3; 2]$

Задание 14.

Основание наклонной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равносторонний треугольник ABC . Боковые грани AA_1B_1B и AA_1C_1C - равные ромбы с острым углом при общей вершине A .

а) Докажите, что боковая грань BB_1C_1C - квадрат.

б) Найдите расстояние от вершины A до плоскости BB_1C_1 , если $\angle CAA_1 = 60^\circ$, а сторона основания призмы равна $\sqrt{2}$.

Задание 15.

Решите неравенство:

$$\log_9(x + \frac{7}{2}) \cdot \log_{\frac{3}{4}} x^2 \geq \log_{\frac{3}{4}}(x + \frac{7}{2})$$

Задание 16.

Угол BAC треугольника ABC равен α . Сторона BC является хордой окружности с центром O и радиусом R , проходящей через центр окружности, вписанной в треугольник ABC .

а) Докажите, что около четырехугольника $ABOC$ можно описать окружность.

б) Известно, что в четырехугольник $ABOC$ можно вписать окружность. Найдите радиус r этой окружности, если $R = 6, \alpha = 60^\circ$.

Задание 17.

15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в мае было выплачено на 8 тыс. рублей меньше, чем в марте.

Какую сумму (в рублях) нужно вернуть банку за весь срок кредитования?

Задание 18.

При каких значениях a для любого b найдется хоть одно такое c , что система уравнений

$$\begin{cases} bx + y = ac^2 \\ 2x + (b + 1)y = ac + 1 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение?

Задание 19.

Кодовое число – трехзначное натуральное число.

- а) Известно, что сумма цифр кодового числа представляет собой двузначное число, которое можно получить также, закрыв последнюю цифру кодового числа. Из всех подобных чисел кодовое число самое большое. Какое это число?
- б) Известно, что кодовое число больше 600, при делении его на 3, на 4 и на 5 оно даёт в остатке 1 и его цифры расположены в порядке убывания слева направо. В ответе укажите ровно одно такое кодовое число.
- в) Известно, что все цифры кодового числа разные и они зашифрованы тремя разными заглавными буквами. Оказалось, что число АБВ больше числа БАВ, но меньше числа ВБА. При этом, кодовое число – это самое большое число. Как оно может быть зашифровано?