

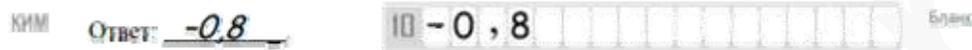
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 314

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем переносятся в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

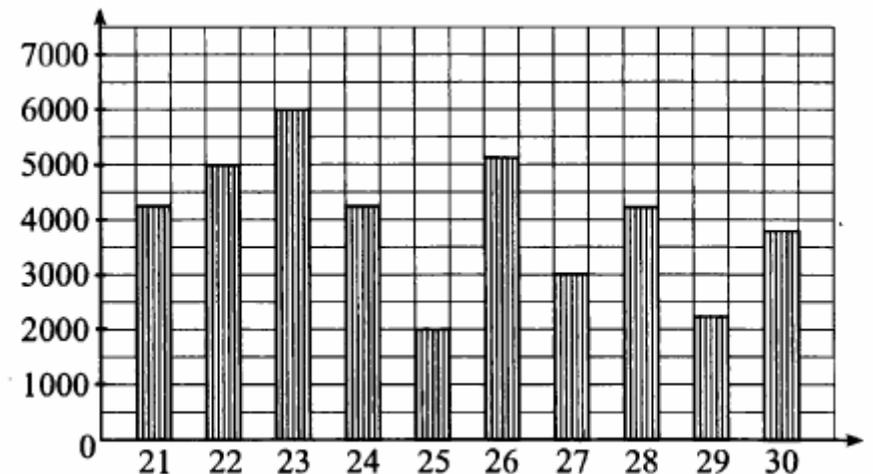
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Поезд Иркутск-Казань отправляется в 01:07 15 декабря (время иркутское), а прибывает в 15:52 17 декабря (время казанское). Сколько часов поезд находится в пути, учитывая, что смещение времени в Иркутске относительно Казани составляет +5 часов?

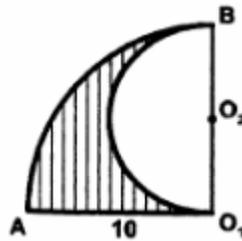
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На диаграмме показано количество посетителей сайта любителей кошек во все дни с 21 по 30 мая 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали – количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей превышает наименьшее количество посетителей за день (в указанный период)



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Найдите площадь  $S$  заштрихованной фигуры, изображенной на рисунке, если  $AO_1=10$ . В ответе укажите  $\frac{S}{\pi}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

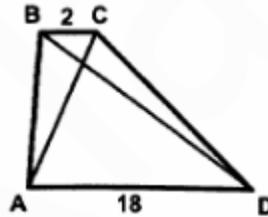
4. Магазин покупает сливочное масло у двух молокозаводов. 40% масла первого и 20% масла второго молокозавода имеет жирность 80%. Всего жирность 80% имеет 35% закупленного масла. Найдите вероятность того, что масло, купленное в магазине, произведено первым молокозаводом.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $\ln\left(\frac{\pi^x}{e^x} + 2x - 10\right) = x(\ln \pi - 1)$ . Если корней больше одного, то в ответе запишите их сумму.

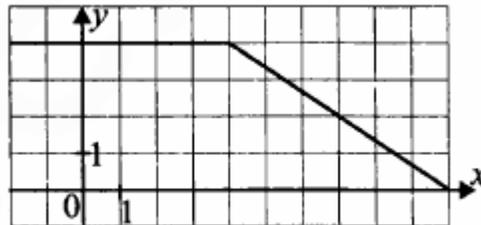
Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке, если  $AC=7$ ,  $BD=15$



Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Пользуясь графиком, вычислите  $F(10) - F(2)$ , где  $F(x)$  - одна из первообразных функции  $y = f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

8. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB = 8\sqrt{3}$ , а боковое ребро  $SA = \sqrt{73}$ . Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $SAC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $\frac{\log_2^2 6 + \log_2 6 \cdot \log_2 3 - 2\log_2^2 3}{\log_2 6 + 2\log_2 3}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Опорные «башмаки» шагающего экскаватора, имеющего массу  $m = 2520$  т, представляют собой две пустотелые балки длиной  $l = 36$  м и шириной  $S$  метров каждая. Давление  $P$ , в кПа, оказываемое экскаватором на почву, определяется формулой  $P = \frac{mg}{2lS}$ , где  $m$  - масса экскаватора (в тоннах),  $l$  - длина балок (в метрах),  $g = 10 \text{ м/с}^2$  - ускорение свободного падения. Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление  $P$  должно не превышать 280 кПа. Ответ выразите в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Отрезок арифметической прогрессии содержит 16 членов с номерами от 1 до 16. Сумма членов с четными номерами равна 42, а сумма членов с нечетными номерами равна 18. Найдите разность прогрессии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наибольшее значение функции  $y = (1+x)\log_5 x$  на отрезке  $[1;5]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $\sqrt{\operatorname{ctg} x} \left( \sin^2 x - \frac{1}{4} \right) = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -\frac{3\pi}{2}; 0 \right]$

14. Основание  $ABCD$  призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – трапеция с основаниями  $AB = 2 \cdot CD$

а) Докажите, что плоскость  $BA_1 D_1$  проходит через середину бокового ребра  $CC_1$

б) Найдите угол между боковым ребром  $AA_1$  и этой плоскостью, если призма прямая, трапеция  $ABCD$  прямоугольная с прямым углом при вершине  $B$ , а  $BC = CD$  и  $AA_1 = \sqrt{6}CD$ .

15. Решите неравенство  $\frac{(4x - |x - 6|)(\log_{1/3}(x + 4) + 1)}{2^{x^2} - 2^{|x|}} \geq 0$

16. Точка  $I$  – центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Луч  $BI$  пересекает описанную около треугольника  $ABC$  окружность в точке  $N$ . Известно, что  $\angle ABC = 60^\circ$

а) Докажите, что  $N$  – центр окружности, описанной около треугольника  $AIC$

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если известно, что  $IN = 1$ .

17. Клиент положил в банк некоторую сумму денег. Через год, после начисления процентов, он добавил на свой счет сумму, составляющую 0,9 исходной, в результате чего остаток на счете стал равен 3,4 млн. рублей. А еще через год, после начисления процентов, остаток на его счете увеличился в 2,2 раза по сравнению с исходной суммой. Какую сумму клиент положил в банк первоначально, если в конце каждого года банк начислял один и тот же процент годовых?

18. Найдите все значения параметра  $a \neq 0$ , такие что неравенство

$$\log_2^2(x^2 + 2ax + a^2 - a + 1) - \log_2 \frac{a^2}{6} \cdot \log_2(x^2 + 2ax + a^2 - a + 1) \leq 0$$

не имеет решений.

19. На доске выписаны все натуральные числа от 1 до 2014 без пропусков и повторений: 1, 2, 3, ..., 2013, 2014. С выписанными на доске числами проделывают следующие операции: выбирают какие-либо два числа и записывают на доске модуль их разности, увеличенный на 1, а сами выбранные числа стирают. Так продолжают до тех пор, пока на доске не останется только одно число.

а) Какое наименьшее число может остаться на доске?

б) Какое наибольшее число может остаться на доске?