

Задание №14.4. Четырехугольные пирамиды.

1) (ЕГЭ-2015)

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 5. На ребрах SA , AB , BC взяты точки P , Q , R соответственно так, что $PA = AQ = RC = 2$.

- Докажите, что плоскость PQR перпендикулярна ребру SD .
- Найдите расстояние от вершины D до плоскости PQR .

2) (ЕГЭ-2015)

В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = \sqrt{5}$ и $BC = 2$. Длины боковых ребер пирамиды $SA = \sqrt{7}$, $SB = 2\sqrt{3}$, $SD = \sqrt{11}$.

- Докажите, что SA — высота пирамиды.
- Найдите угол между прямой SC и плоскостью ASB .

3) (ЕГЭ-2016)

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 16, а высота равна 4. На ребрах AB , CD и AS отмечены точки M , N и K соответственно, причем $AM = DN = 4$ и $AK = 3$.

- Докажите, что плоскости MNK и SBC параллельны.
- Найдите расстояние от точки K до плоскости SBC .

4) (ЕГЭ-2017)

Основанием четырехугольной пирамиды $SABCD$ является прямоугольник $ABCD$, причем $AB = 3\sqrt{2}$, $BC = 6$. Основание высоты пирамиды совпадает с точкой пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$. Из вершин A и C опущены перпендикуляры AP и CQ на ребро SB .

- Докажите, что точка P — середина BQ .
- Найдите угол между гранями SBA и SBC , если $SD = 9$.

5) (ЕГЭ-2017)

В основании пирамиды $PABCD$ — трапеция $ABCD$ с большим основанием AD . Известно, что сумма углов BAD и ADC равна 90 градусов, плоскости PAB и PCD перпендикулярны плоскости основания, а прямые AB и CD пересекаются в точке K .

- Докажите, что плоскость PAB перпендикулярна плоскости PCD .
- Найдите объем пирамиды $PKBC$, если $AB = BC = CD = 3$, а высота пирамиды $PABCD$ равна 8.

6) (ЕГЭ-2018)

На ребре AB правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ отмечена точка Q , причем $AQ : QB = 1 : 2$. Точка P — середина ребра AS .

- Докажите, что плоскость DPQ перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
- Найдите площадь сечения DPQ , если площадь сечения DSB равна 6.

7) (ЕГЭ-2019)

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ $AB = 7$, $SA = 14$. На ребрах CD и SC взяты точки N и K соответственно, причем $DN : NC = SK : KC = 2 : 5$. Плоскость α содержит прямую NK и параллельна ребру SA .

- Докажите, что плоскость α параллельна прямой BC .
- Найдите расстояние от точки B до плоскости α .