

**Тренировочный вариант №3**  
**ЕГЭ по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень)**  
**от сайта ЯГУБОВ.РФ**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***Желаем успеха!***

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

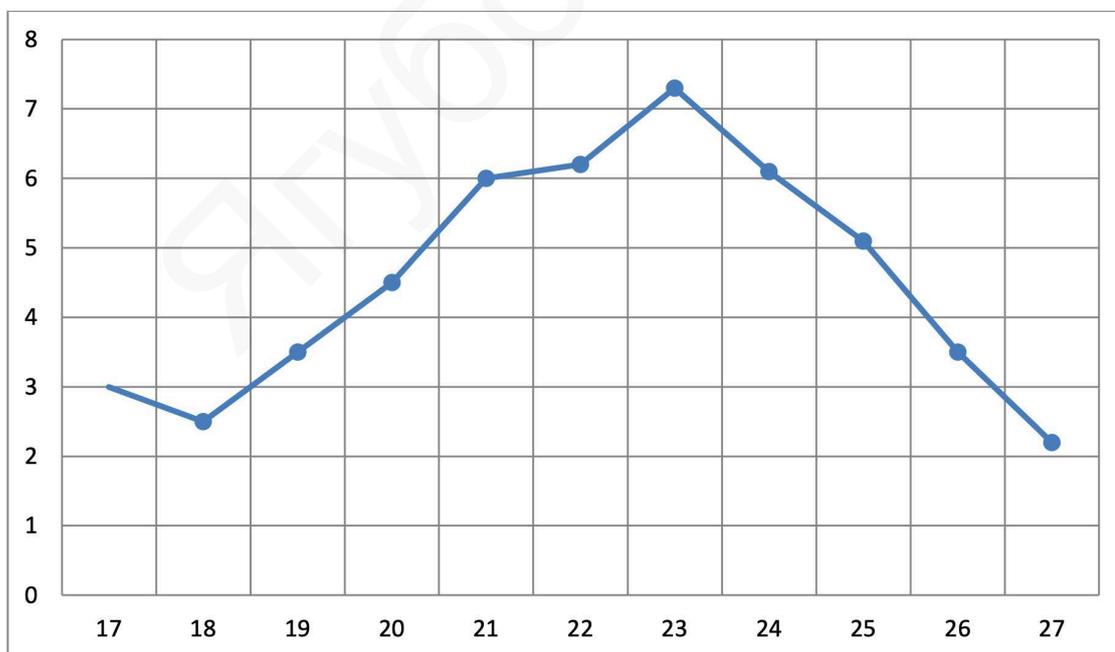
**Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

### Часть 1

- 1** На борту самолета Ухань — Москва находилось 3 китайца, 2 из них были заражены COVID-19, что составляло 1,6% от общего количества русских пассажиров. Сколько человек было на этом самолёте, если были только русские и китайцы, а также 5 членов экипажа?

Ответ: \_\_\_\_\_.

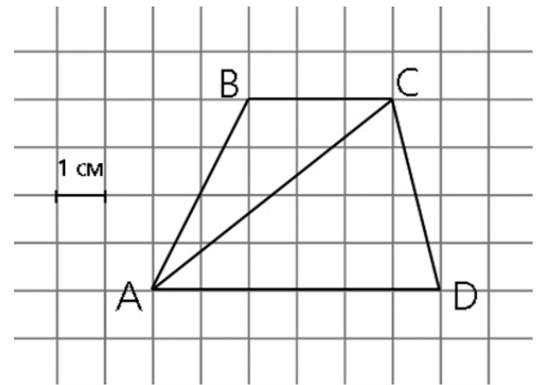
- 2** На графике показана температура в Москве с 17 по 27 февраля 2006 года. По горизонтали отмечены дни (точками), по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько дней из периода с 17 по 27 февраля 2006 года температура в Москве была больше 5 градусов Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите разность  $S_{ACD} - S_{ABC}$ . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 4** Бросаются наугад две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма очков будет больше 6, если только на одной из костей выпало количество очков меньше 5.

Ответ: \_\_\_\_\_.

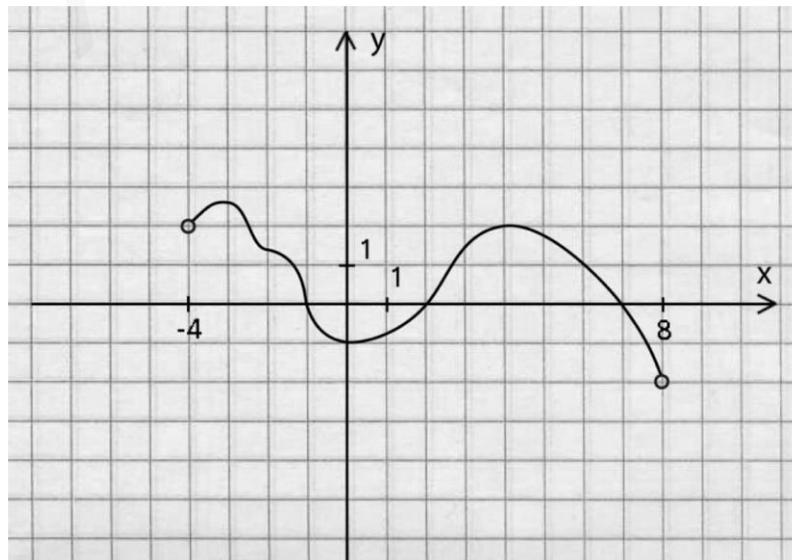
- 5** Найдите корень уравнения  $x^3 + 5x^2 + 8x - 14 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** В треугольнике  $ABC$  угол между высотами, проведёнными к сторонам  $AC$  и  $BC$  равен  $25^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Укажите наибольший возможный ответ в градусах.

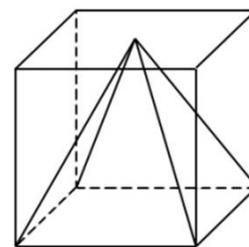
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 8)$ . Найдите количество точек минимума, принадлежащих отрезку  $[-2,5; 7,5]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 В куб вписали правильную четырёхугольную пирамиду таким образом, что её основание совпадает с одной из граней куба, а её вершина касается противоположной стороны (см. рисунок). Найдите объём куба, если известно, что площадь боковой поверхности пирамиды равна  $4\sqrt{5}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

### Часть 2

- 9 Найдите утроенное значение  $\left(2 - \log_2 \frac{\pi}{2} \cdot \log_{\pi} 4\right) \cdot \log_8 \pi$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ . При каком наименьшем угле броска (в градусах) время полета будет не меньше 8 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 80$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 В магазине продаются шоколадки трёх видов: с орехами, с марципаном и с тающей начинкой. Две шоколадки с орехами стоят столько же, сколько две шоколадки с марципаном и одна с тающей начинкой вместе взяты. При этом три шоколадки с орехами стоят на 13 рублей дешевле, чем четыре шоколадки с марципаном и две с тающей начинкой. Однако сегодня распродажа, и шоколадки с марципаном стоят на 20% дешевле, чем обычно, поэтому шоколадка с тающей начинкой стоит на 6 рублей дороже, чем шоколадка с орехами и шоколада с марципаном вместе взяты. Сколько сегодня придётся отдать за покупку всех трёх шоколадок? Ответ дайте в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции  $y = |x^2 - 3|$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\frac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[2\pi; 3\pi]$ .

- 14 В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 4, а высота призмы равна  $\sqrt{17}$ . Точка  $E$  лежит на диагонали  $BD_1$ , причем  $BE = 1$ .

- а) Постройте сечение призмы плоскостью  $A_1 C_1 E$ .  
б) Найдите угол между этой плоскостью и плоскостью  $ABC$ .

- 15 Решите неравенство

$$2^x + \frac{2^{x+2}}{2^x - 4} + \frac{4^x + 7 \cdot 2^x + 20}{4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32} \leq 1.$$

- 16 Около треугольника  $ABC$  описана окружность. Диаметр  $AD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $E$ , при этом  $AC = EC$ .

- а) Докажите, что  $BD = DE$ .  
б) Известно, что  $AE : DE = 2 : 1$ . Найдите отношение  $BE : CE$ .

**17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(x+|y|-2)(x^2+4x+y^2+2)}{x-2} = 0, \\ y = \sqrt{a-5} \cdot x \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**19** а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что числа  $n^2$  и  $(n+17)^2$  имеют одинаковые остатки при делении на 69?

б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что числа  $n^2$  и  $(n+17)^2$  имеют одинаковые остатки при делении на 68?

в) Пусть  $k(m)$  — количество трёхзначных натуральных чисел  $n$ , таких, что  $n^2$  и  $(n+m)^2$  имеют одинаковые остатки при делении на 68, причём  $m$  двузначное натуральное число. Определите наименьшее значение  $k$ , отличное от нуля.

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

**РЕПЕТИТОР ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**ЯГУБОВ.РФ**  
**РОМАН БОРИСОВИЧ**

**АВТОРЫ И СОСТАВИТЕЛИ:**

№ 1 – Ягубов Р.Б. (Москва);

№ 2–12 – Гнатов М.А. (Долгопрудный);

№ 13-19 – Шеховцов В.А. (Новокубанск).

**ОФОРМЛЕНИЕ:**

Рязанов Н.А. (Калининград).

## Система оценивания экзаменационной работы единого государственного экзамена по математике

### Ответы к заданиям 1–12

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Ответ
1	133
2	5
3	6
4	0,875
5	1
6	155
7	1
8	8
9	2
10	30
11	36
12	0

### Ответы к заданиям 13–19

Каждое из заданий 13–19 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ и предоставил обоснованное решение. Задания 13, 14, 15 оцениваются 2 баллами, задания 16, 17 – 3 баллами, 18, 19 – 4 баллами соответственно. При неточностях баллы могут быть снижены.

Номер задания	Ответ
13	а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; б) $\frac{5\pi}{2}; \frac{17\pi}{6}$
14	б) $\arctg \frac{3\sqrt{34}}{10}$
15	$(-\infty; 0] \cup [\log_2 3; 2) \cup (2; 3)$ .
16	б) $2 : 3$
17	15
18	$a = 5; a \geq 6$
19	а) да, например, 43; б) нет; в) условие задачи выполняется для $m = 40; m = 74$ .