

Версия варианта для печати

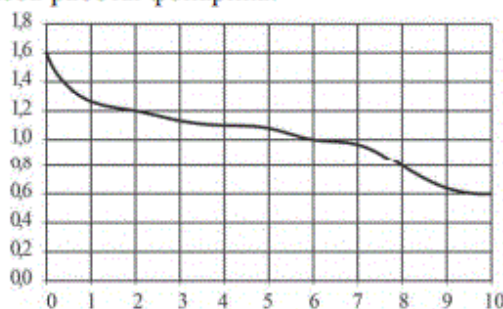
Часть 1

1

По тарифному плану «Просто как день» со счёта абонента компания сотовой связи вечером каждого дня снимает 21 руб. Если на счёту осталось меньше 21 руб., то на следующий день номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счёту 700 руб. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёта?

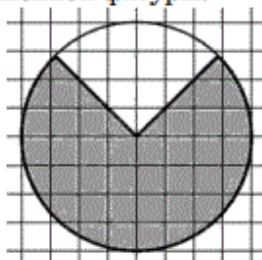
2

При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение за 6 часов работы фонарика.



3

На клетчатой бумаге нарисован круг, площадь которого равна 16. Найдите площадь закрашенной фигуры.



4

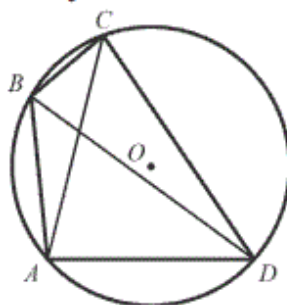
Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 участников из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

5

Найдите корень уравнения $\sqrt{13 - 2x} = 5$.

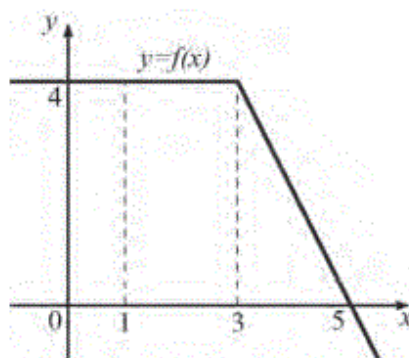
6

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 124° , угол CAD равен 76° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



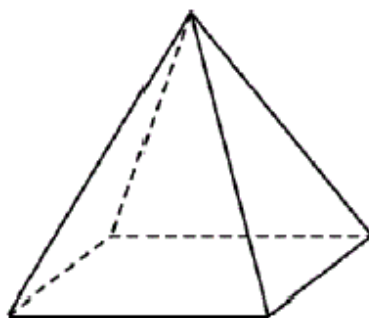
7

На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите определённый интеграл $\int_1^5 f(x)dx$.



8

Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 12, боковые рёбра равны 10. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Часть 2

9

Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

10

Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. При каком значении угла α (в градусах) время полёта будет равно 2,4 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 24$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

11

Смешав 14-процентный и 50-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 22-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 32-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 14-процентного раствора использовали для получения смеси?

12

Найдите наименьшее значение функции $y = (x-3)^2(x-6) - 5$ на отрезке $[4; 10]$.

13

а) Решите уравнение: $\cos^2\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \sin 2x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14

Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 8. Высота этой призмы равна 6. Найдите угол между прямыми CA_1 и AB_1 .

15

Решите неравенство $3^x + \frac{270}{3^x} \geq 37$.

16

В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом при вершине A расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания AD , вторая – боковых сторон, меньшего основания BC и первой окружности.

а) Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание AD в точке P . Докажите, что $\frac{AP}{PD} = \sin \angle D$.

б) Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны 2 и 1.

17

Строительство нового завода стоит 78 млн. рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн. рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн. рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупиться не более чем за 3 года?

18

Найдите все положительные значения a , при каждом из которых

$$\begin{cases} (|x| - 4)^2 + (y - 4)^2 = 4, \\ (x - 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19

Число S таково, что для любого представления S в виде суммы положительных слагаемых, каждое из которых не превосходит 1, эти слагаемые можно разделить на две группы так, что каждое слагаемое попадает только в одну группу и сумма слагаемых в каждой группе не превосходит 19.

а) Может ли число S быть равным 38?

б) Может ли число S быть больше 37,05?

в) Найдите максимальное возможное значение S .

Ответы...