

СПЕЦИФИКАЦИЯ
диагностической работы по математике
для 9 классов общеобразовательных организаций г. Москвы

Диагностическая работа проводится
13 октября 2016 г.

1. Назначение работы – оценить уровень общеобразовательной подготовки по математике обучающихся 9 классов общеобразовательных организаций в целях диагностики их готовности к основному государственному экзамену по математике.

2. Документы, определяющие содержание диагностической работы

Содержание и основные характеристики диагностических материалов определяются на основе следующих документов:

– Федеральный компонент государственного стандарта основного общего образования по математике (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального, общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

– О сертификации качества педагогических тестовых материалов (Приказ Минобрнауки России от 17.04.2000 г. № 1122).

3. Подходы к отбору содержания, разработке структуры работы

Структура работы отвечает цели построения системы дифференцированного обучения математике в современной школе.

4. Характеристика структуры и содержания работы

Работа состоит из двух частей, различающихся по виду ответа и уровню сложности, и трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». В модули «Алгебра» и «Геометрия» входят две части, соответствующие проверке на базовом и повышенном уровнях, в модуль «Реальная математика» – одна часть, соответствующая проверке на базовом уровне.

При проверке базовой математической компетентности обучающиеся должны продемонстрировать: владение основными алгоритмами; знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приёмов решения задач и проч.); умение пользоваться математической записью, применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Части 2 модулей «Алгебра» и «Геометрия» направлены на проверку владения материалом на повышенном уровне.

Модуль «Алгебра» содержит 8 заданий: в *части 1* – 6 заданий; в *части 2* – 2 задания.

Модуль «Геометрия» содержит 4 задания: в *части 1* – 3 задания; в *части 2* – 1 задание.

Модуль «Реальная математика» содержит 4 задания.

Всего в работе 16 заданий, из которых 13 заданий базового уровня и 3 задания повышенного уровня.

Таблица 1. Распределение заданий по частям работы

№	Часть работы	Тип заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл
1	Часть 1	С выбором ответа	1	1
2	Часть 1	С кратким ответом	12	12
3	Часть 2	С развернутым ответом	3	6
	Итого		16	19

5. Распределение заданий работы по содержанию, проверяемым умениям и способам деятельности

Распределение заданий по разделам содержания приведено в таблице 2.

Таблица 2. Распределение заданий по КЭС

Часть	Код по КЭС	Название раздела содержания	Количество заданий
Модуль «Алгебра»			
1	1	Числа и вычисления	3
1	2	Алгебраические выражения	1
1	3	Уравнения и неравенства	2
1	5	Функции и графики	1
2	3	Уравнения и неравенства	2
Модуль «Геометрия»			
1	7.2	Треугольник	1
1	7.3	Многоугольники	1
1	7.5	Измерение геометрических величин	1
2	7.1	Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	1
2	7.2	Треугольник	1
Модуль «Реальная математика»			
1	8	Статистика и теория вероятностей	2
1	5	Функции	1
1	1	Числа и вычисления	1
1	7	Геометрия	1

Коды КЭС (в таблице 2) и КТ (в таблице 3) указываются в соответствии с кодификаторами, представленными на сайте Федерального института педагогических измерений.

Ориентировочная доля заданий, относящихся к каждому из разделов кодификатора требований, представлена в таблице 3.

Таблица 3. Распределение заданий по КТ

Часть	Код по КТ	Название требования	Количество заданий ¹
Модуль «Алгебра»			
1	1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	3
1	2	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	1
1	3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	1
1	4	Уметь строить и читать графики функций	1
2	2	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	2
2	3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	2
Модуль «Геометрия»			
1	5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	3
2	7.8	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	1
2	5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	1
Модуль «Реальная математика»			
1	7.1	Решать несложные практические расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов	1
1	7.4	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами; интерпретировать графики реальных зависимостей	1
1	7.5	Описывать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин	1
1	6.1, 7.6	Анализировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках	1
1	7.7	Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальных ситуаций с использованием аппарата теории вероятностей и статистики	1

¹ Каждое задание может относиться более чем к одному разделу кодификатора требований.

6. Распределение заданий работы по уровням сложности

В таблице 4 приведено распределение заданий работы по уровням сложности.

Таблица 4. Распределение заданий по уровням сложности

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный первичный балл
Базовый	13	13
Повышенный	3	6
Итого	16	19

7. Продолжительность работы

На выполнение работы отводится 90 минут.

8. Дополнительные материалы и оборудование.

Участникам разрешается использовать справочные материалы, выдаваемые вместе с работой (материалы скачиваются из личного кабинета ОО и тиражируются на каждого обучающегося). Разрешается использовать линейку. Калькуляторы не используются.

9. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Максимальный балл за выполнение всей работы – 19.

Шкала пересчёта баллов в отметки по пятибалльной шкале:

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–6	7–11	12–16	17–19

В **Приложении 1** представлен обобщённый план варианта диагностической работы.

В **Приложении 2** представлен демонстрационный вариант диагностической работы

**Обобщенный план варианта
диагностической работы по МАТЕМАТИКЕ**

№ задания	Основные проверяемые требования к математической подготовке	Коды разделов элементов содержания	Коды разделов элементов требований	Уровень сложности	балл за выполнение
Часть 1					
Модуль «Алгебра»					
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1	1	Б	1
2	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1, 6	1	Б	1
3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	3	3	Б	1
4	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	1, 2	1, 2	Б	1
5	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1	1	Б	1
6	Уметь строить и читать графики функций	5	4	Б	1
Модуль «Геометрия»					
7	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	Б	1
8	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	Б	1
9	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	Б	1
Модуль «Реальная математика»					
10	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами; интерпретировать графики реальных зависимостей, анализировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках	5	7	Б	1
11	Решать несложные практические расчетные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов	1, 3	7	Б	1
12	Описывать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин	7	7	Б	1
13	Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальных ситуаций с использованием аппарата теории вероятностей и статистики	8	7	Б	1

Часть 2					
Модуль «Алгебра»					
14	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы	2, 3	2, 3	П	2
15	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и исследовать простейшие математические модели	2, 3, 6	2, 3, 7	П	2
Модуль «Геометрия»					
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	7	5	П	2

Демонстрационный вариант диагностической работы по математике

9 класс

Часть 1

Ответами к заданиям 1–13 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует записать в бланк ответов справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $\frac{1,2}{6,7 - 7,3}$.

Ответ: _____.

2 Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{2}{7}$?

- 1) $[0,1; 0,2]$ 2) $[0,2; 0,3]$ 3) $[0,3; 0,4]$ 4) $[0,4; 0,5]$

Ответ:

3 Решите уравнение $(x - 2)(2x + 3) = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

4 Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{7a} + \frac{1}{2a}\right) \cdot \frac{a^2}{9}$ при $a = 4,2$.

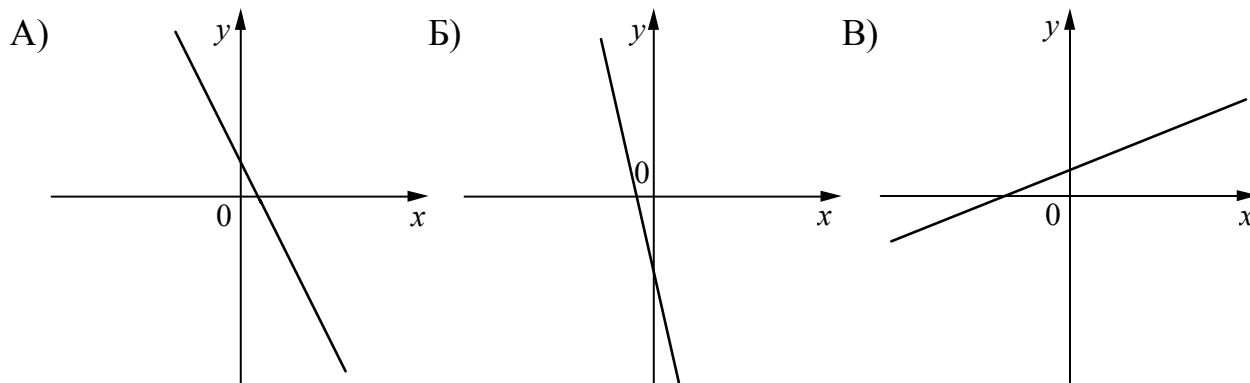
Ответ: _____.

5 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{74^2 - 10^2}}{2\sqrt{21}}$.

Ответ: _____.

- 6 На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $k > 0, b > 0$ 2) $k < 0, b > 0$ 3) $k < 0, b < 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

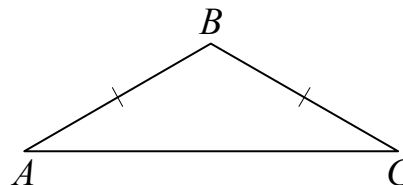
Ответ:

А	Б	В

Модуль «Геометрия»

7

В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 122^\circ$. Найдите угол BCA . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

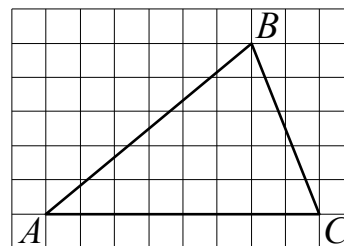
8

Периметр квадрата равен 44. Найдите площадь этого квадрата.

Ответ: _____.

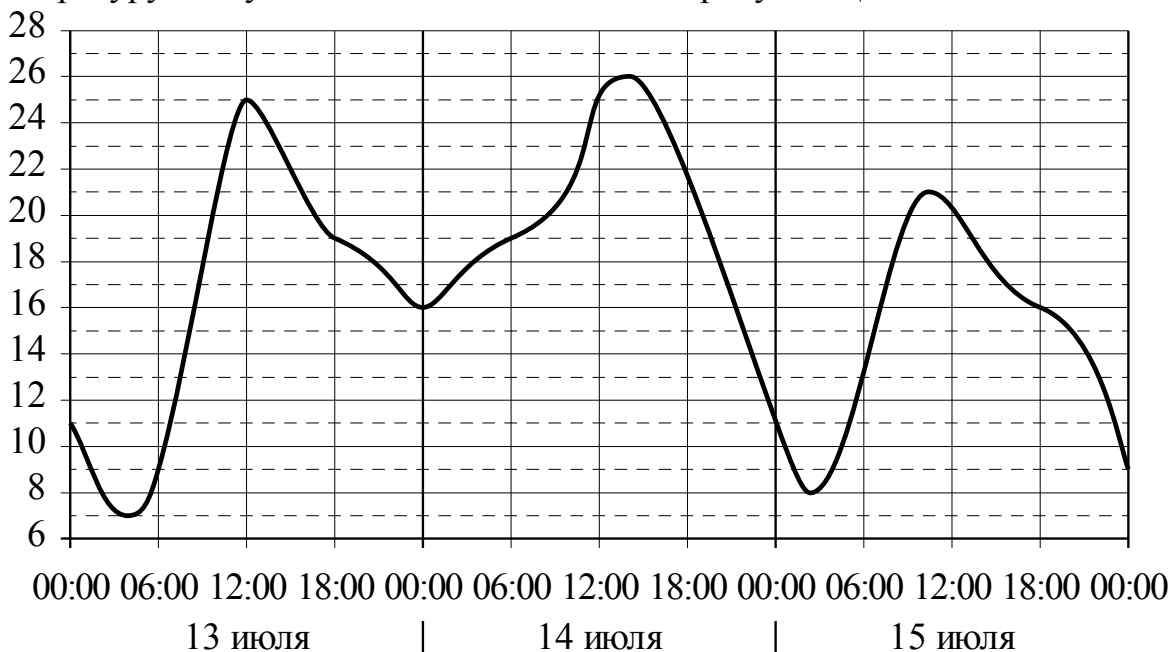
9

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

- 10** На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

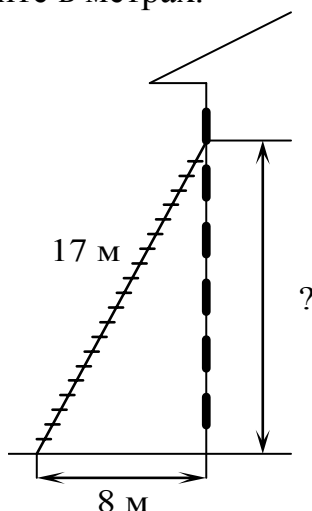


Ответ: _____.

- 11** Призерами городской олимпиады по математике стали 25 учеников, что составило 5% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

Ответ: _____.

- 12** Пожарную лестницу длиной 17 м приставили к окну шестого этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 8 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

- 13** У бабушки 20 чашек: 12 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк тестирования.

Часть 2

Задания 14–16 выполните на обратной стороне бланка тестирования. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его подробное решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Важно! Чертеж в задании 16 можно сначала выполнить карандашом, но впоследствии обязательно обвести ручкой!

Модуль «Алгебра»

- 14** Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x} - 10 = 0$.

- 15** Баржа прошла по течению реки 72 км и, повернув обратно, прошла ещё 54 км, затратив на весь путь 9 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Модуль «Геометрия»

- 16** Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 13$, $AC = 65$, $NC = 28$.

Система оценивания диагностической работы по математике

За правильный ответ на задания 1–13 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	-2
2	2
3	-1,5
4	0,3
5	8
6	231
7	29
8	121
9	4
10	8
11	500
12	15
13	0,4

Решения и критерии оценивания заданий части 2

Модуль «Алгебра»

14 Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x} - 10 = 0$.

Решение.

Пусть $t = \frac{1}{x}$, тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 + 3t - 10 = 0,$$

откуда $t = -5$ или $t = 2$.

Уравнение $\frac{1}{x} = -5$ имеет корень $-\frac{1}{5}$.

Уравнение $\frac{1}{x} = 2$ имеет корень $\frac{1}{2}$.

Таким образом, корни исходного уравнения: $x = -\frac{1}{5}$ и $x = \frac{1}{2}$ (*ответ может быть представлен как в виде обыкновенной дроби, так и в виде десятичной*).

Ответ: $-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 15** Баржа прошла по течению реки 72 км и, повернув обратно, прошла ещё 54 км, затратив на весь путь 9 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Пусть скорость баржи в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

$$\begin{cases} \frac{72}{v+5} + \frac{54}{v-5} = 9; \\ 72v - 360 + 54v + 270 = 9v^2 - 225, \\ v > 5; \\ v^2 - 14v - 15 = 0, \\ v > 5, \end{cases}$$

откуда $v = 15$.

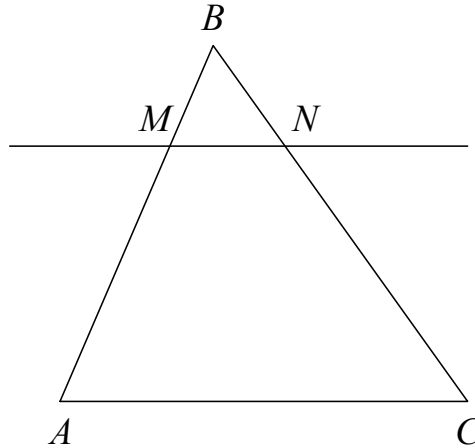
Ответ: 15 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Модуль «Геометрия»

- 16** Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN=13$, $AC=65$, $NC=28$.

Решение.



Поскольку прямая MN параллельна прямой AC , углы BNM и BCA равны как соответственные при параллельных прямых AC и MN и секущей BC . Следовательно, треугольники ABC и MBN подобны по двум углам.

Значит, $\frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN} = \frac{65}{13} = 5$, а поскольку $\frac{BC}{BN} = \frac{BN + NC}{BN} = 1 + \frac{28}{BN}$, получаем:

$$BN = \frac{28}{4} = 7.$$

Ответ: 7.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл