

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 71

Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

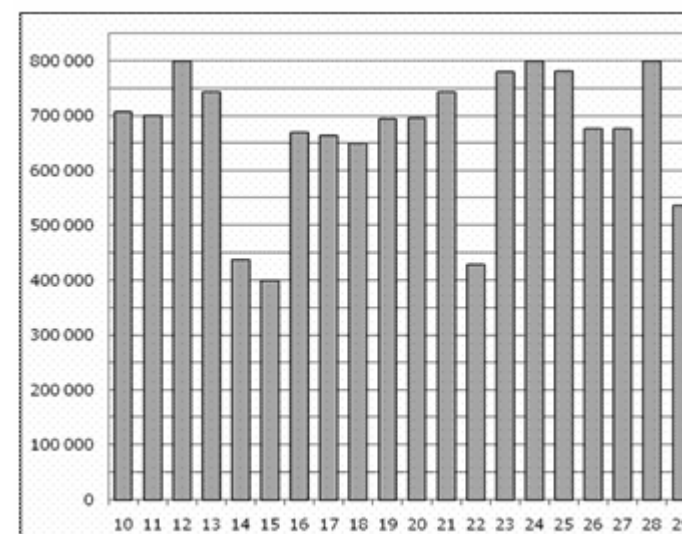
Желаем успеха!

Ответом к заданиям этой части (В1–В10) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1. Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 36 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

В2. Только 94% из 27500 выпускников города правильно решили задачу В1. Сколько человек правильно решили задачу В1?

В3. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день.



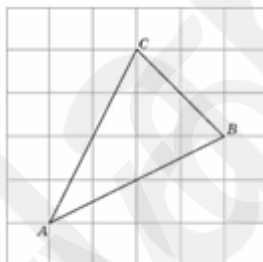
В4. Автомобильный журнал определяет рейтинги автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трёх моделей автомобилей. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	3	5	2	5	2
Б	4	2	4	1	5
В	5	3	4	5	2

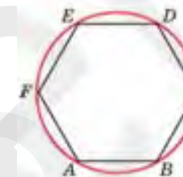
В5. Найдите медиану треугольника ABC , проведенную из вершины C , если стороны квадратных клеток равны 1.



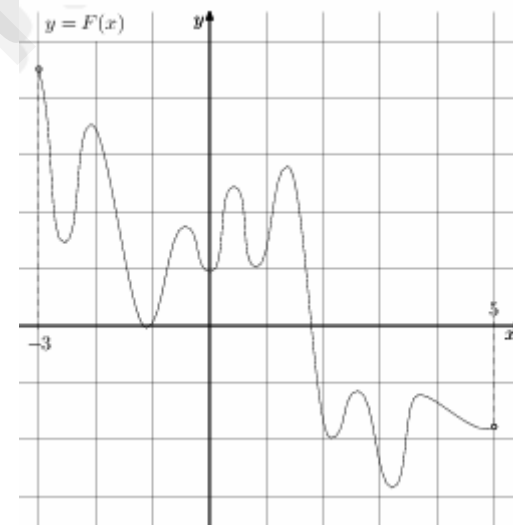
В6. По отзывам покупателей, Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина A , равна $0,8$. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина B , равна $0,9$. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

В7. Найдите корень уравнения $x^2 + 9 = (x + 9)^2$.

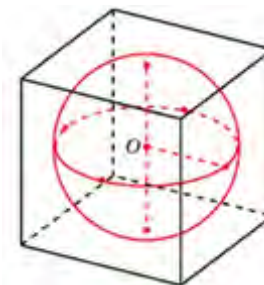
В8. Периметр правильного шестиугольника равен 72 . Найдите диаметр описанной окружности.



В9. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-2; 4]$.



В10. Шар, объём которого равен 6π , вписан в куб. Найдите объём куба.



Часть 2

Ответом к заданиям этой части (B11–B15) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B11. Найдите $h(5+x) + h(5-x)$, если $h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x-10}$.

B12. Плоский замкнутый контур площадью $S = 0,5 \text{ м}^2$ находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\mathcal{E}_i = aS \cos \alpha$, где α — острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Тл/с}$ — постоянная, S — площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м^2). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать 10^{-4} В ?

B13. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны $\sqrt{5}$. Найдите расстояние между точками B и E_1 .

B14. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.

B15. Найдите наименьшее значение функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-10}$ на отрезке $[8; 11]$.

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение $\sin 8\pi x + 1 = \cos 4\pi x + \sqrt{2} \cos(4\pi x - \frac{\pi}{4})$

б) Найдите все корни на промежутке $[2 - \sqrt{7}; \sqrt{7} - 2]$

C2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S сторона основания равна $4\sqrt{3}$. Через прямую AB проведено сечение перпендикулярное ребру SC , площадь которого равна 18. Найдите длину бокового ребра пирамиды.

C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} |2^{x+2} - 5| + |2^{x+1} - 3| \leq |6 \cdot 2^x - 8| \\ \log_{2x-1}(4x^2) \leq 1 \end{cases}$$

C4. Диаметр AB и хорда CD окружности пересекаются в точке E , причем $CE = DE$. Касательные к окружности в точках B и C пересекаются в точке K . Отрезки AK и CE пересекаются в точке M .

а) Докажите подобие треугольников ACE и OKB , где O — центр данной окружности

б) Найдите площадь треугольника CKM , если $AB = 10$, $AE = 1$.

C5. Найдите все значения параметра a , при которых функция

$$f(x) = \sin 2x - 8(a+1)\sin x + (4a^2 + 8a - 14)x$$

является возрастающей на всей числовой прямой и при этом не имеет критических точек.

C6.

а) Дано шесть натуральных чисел. Все они различны и дают в сумме 22. Найдите эти числа.

б) Докажите, что других таких чисел нет.

в) Тот же вопрос про 100 чисел, дающих в сумме 5051.