

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 243

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит восемнадцать заданий: в части 1 — пятнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

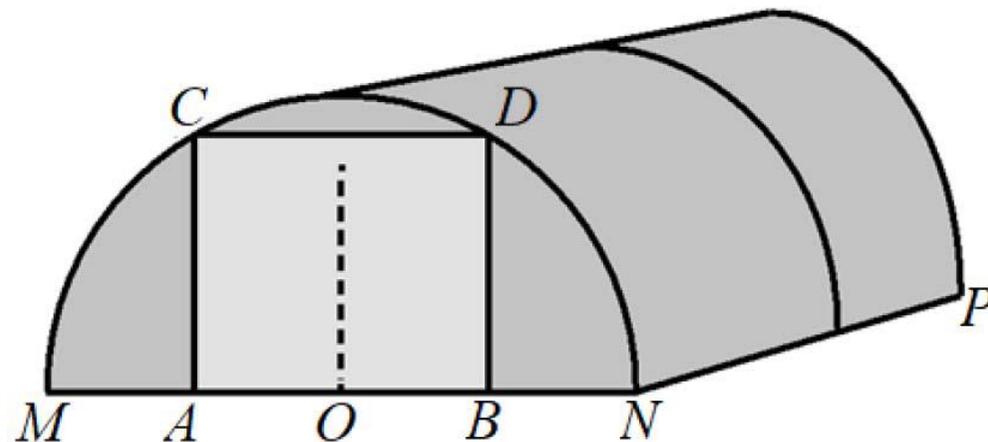
Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра».

Прочитайте Внимательно текст и выполните задания 1-5

Алексей Юрьевич решил построить на дачном участке теплицу длиной $NP = 4,5$ м. Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы Алексей Юрьевич заказывает металлические дуги в форме полуокружностей длиной 5,2 м каждая и плёнку для обтяжки. В передней стенке планируется вход, показанный на рисунке прямоугольником $ACDB$. Точки A и B – середины отрезков OM и ON соответственно.



1. Какое наименьшее количество дуг нужно заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более 60 см?

Ответ: _____.

2. Найдите примерную ширину теплицы (длину отрезка MN) в метрах. Число π возьмите равным 3,14. Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

3. Найдите примерную площадь участка внутри теплицы в m^2 . Число π возьмите равным 3,14. Ответ округлите до целых.

Ответ: _____.

4. Сколько квадратных метров плёнки нужно купить для теплицы с учётом передней и задней стенок, включая дверь? Для крепежа плёнку нужно покупать с запасом 10%. Число π возьмите равным 3,14. Ответ округлите до целых.

Ответ: _____.

5. Найдите высоту входа в теплицу в метрах. Число π возьмите равным 3,14. Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $3 \cdot \left(\left(\frac{0,012}{5} + \frac{0,04104}{5,4} \right) \cdot 4560 - 42 \frac{1}{3} \right)$.

Ответ: _____.

7. Даны положительные числа a, b, c . Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{ab+ac+bc}{(a+b+c)^2} \cdot \left(\frac{a^2}{b^2+7ab} + \frac{b^2}{c^2+7bc} + \frac{c^2}{a^2+7ac} \right).$$

1) $\frac{1}{9}$

2) $\frac{1}{8}$

3) $\frac{1}{7}$

4) невозможно определить

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $(3\sqrt{72} - 2\sqrt{50} - 3\sqrt{8})^2$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение $\sqrt{4+2x-x^2} = x-2$. Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

Ответ: _____.

10. Из пяти букв азбуки составлено слово «книга». Ребёнок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал их в произвольном порядке. Найдите вероятность того, что у него снова получилось слово «книга». Ответ округлите до десятитысячных.

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между функциями и количеством точек пересечения графиков этих функций с осями координат. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других разделительных символов.

А)

$$y = -2x^2 - 6x + 9$$

Б)

$$y = x^3 - 6x^2 + 12x - 3$$

В)

$$y = 2|x-3| + 1$$

1) 3

2) 1

3) 2

Ответ: _____.

12. Вычислите $1001 \cdot \left(1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+1000} \right)$.

Ответ: _____.

13. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{a+1} - \frac{3}{a^3+1} + \frac{3}{a^2-a+1} \right) \cdot \left(a - \frac{2a-1}{a+1} \right)$ при $a = \sqrt{\sqrt{7}-2}$.

Ответ: _____.

14. Наблюдатель находится на высоте h , выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженной в километрах, вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. С какой высоты (в метрах) горизонт виден на расстоянии 4 километров?

Ответ: _____.

15. Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 2x^2 + x - 4\sqrt{2x^2 + x + 4} < 1 \\ \left| \frac{2x-1}{x+1} \right| \geq \frac{5x}{2} \end{cases}$.

1) $\left(-\frac{7}{2}; -1\right) \cup \left(-1; \frac{1}{5}\right]$

2) $\left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{5}\right]$

3) $\left(-\frac{7}{2}; 3\right)$

4) $(-\infty; -1) \cup \left(-1; \frac{1}{5}\right]$

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия».

16. Точка D – середина стороны AC треугольника ABC . На стороне BC выбрана точка E так, что $\angle BEA = \angle CED$. Найдите отношение $\frac{AE}{DE}$.

Ответ: _____.

17. Около треугольника ABC описана окружность. Диаметр AD пересекает сторону BC в точке E , при этом $AC = EC$ и $AE : DE = 7$. Найдите отношение $\frac{BE}{CE}$.

Ответ: _____.

18. В равнобедренный треугольник ABC вписан ромб $DECF$ так, что вершина E лежит на стороне BC , вершина F – на стороне AC и вершина D – на стороне AB . Найдите длину стороны ромба, если $AB = BC = 12$, $AC = 6$.

Ответ: _____.

19. В трапеции $ABCD$ площадь 18 основания AD и BC относятся, как 2:1. Пусть K – середина AC . Прямая DK пересекает сторону AB в точке L . Найдите площадь четырёхугольника $BCKL$.

Ответ: _____.

20. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

- 1) Если вектор \vec{c} имеет координаты $\{a; b\}$, то вектор $-5\vec{c}$ имеет координаты $\{-5a; -5b\}$.
- 2) Прямые $y = 3x - 2$ и $y = 3x + 5$ параллельны и расстояние между ними равно 7.
- 3) Уравнение $y = kx + 3 - 2k$ задаёт множество всех прямых, проходящих через точку $M(2; 3)$ кроме прямой $x = 2$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра».

21. Решите уравнение $\frac{27x-24}{2x+\sqrt{4x^2-3}} - \frac{36x-32}{\sqrt{4x^2-3}+\sqrt{4x^2+1}} = 9x^2 - 26x + 16$.

22. На покупку трёх видов товара A , B и C была потрачена некоторая сумма денег. Если бы товар A стоил в 2 раза дешевле, товар B – в 4 раза дешевле, а товар C – столько же, сколько и раньше, то та же покупка стоила бы 500 рублей. Если бы по сравнению с первоначальной ценой товар A стоил в 2 раза дешевле, товар B – в 1,5 раза дешевле, а товар C – в 6 раз дешевле, то за ту же покупку заплатили бы 1 000 рублей. Сколько рублей стоит покупка?

23. Постройте множество точек плоскости, заданное уравнением $\frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0$. Найдите все значения p , при каждом из которых прямая $y = p - x$ имеет с данным множеством точек плоскости ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия».

24. В треугольнике ABC известно, что $BC = 7$, $AC = 6$, биссектриса $CD = \frac{4\sqrt{231}}{13}$.

Найдите площадь треугольника ABC .

25. В треугольник вписана окружность. Около неё описан квадрат. Докажите, что вне треугольника лежит меньше половины периметра квадрата.

26. В четырёхугольниках $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ равны все четыре угла, а также равны соответственные углы между диагоналями. Известно, что $AB = 7$, $AC = 9$, $A_1B_1 = 9,8$. Найдите длину стороны A_1C_1 .