

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 47

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

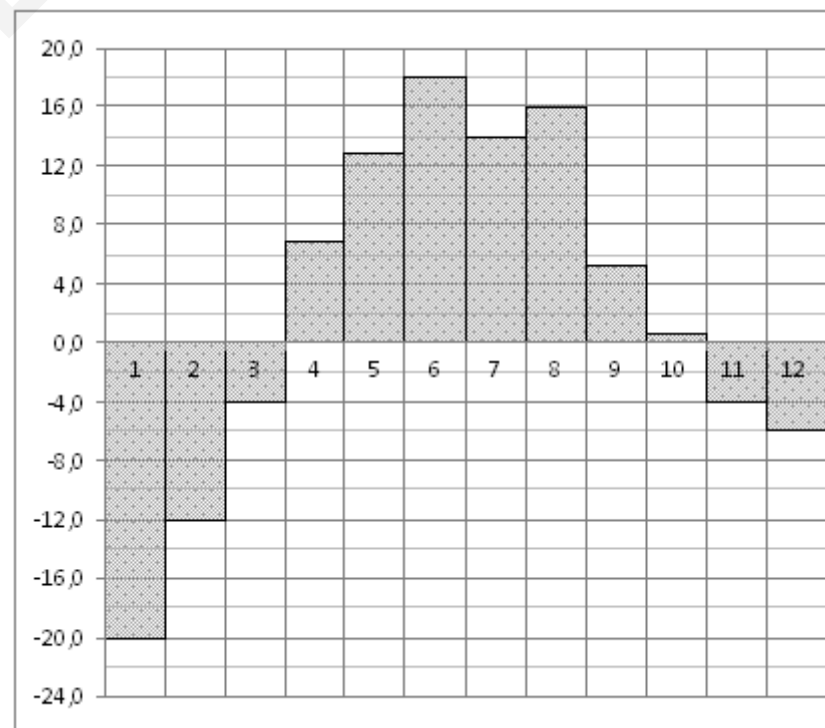
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

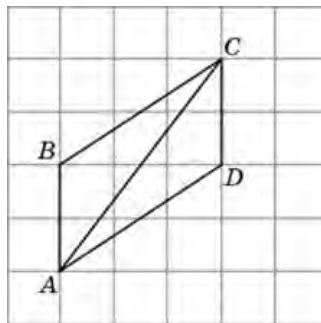
Ответом к заданиям этой части (B1–B14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B1 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 20 копеек. Счетчик электроэнергии 1 января показывал 38759 киловатт-часов, а 1 февраля показывал 38913 киловатт-часов. Какую сумму нужно заплатить за электроэнергию за январь? Ответ дайте в рублях.

B2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру во второй половине 1973 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



B3 Найдите диагональ AC параллелограмма $ABCD$, если стороны квадратных клеток равны 1.

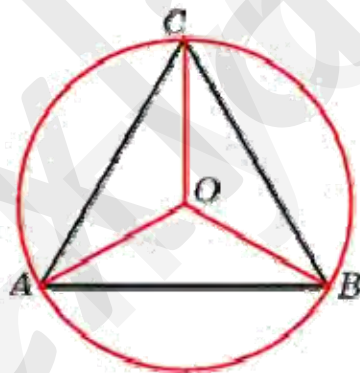


B4 В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10000 руб., он получает сертификат на 1000 рублей, который можно обменять в том же магазине на любой товар ценой не выше 1000 руб. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель И. хочет приобрести куртку ценой 9650 руб., жилет ценой 730 руб. и галстук ценой 830 руб. В каком случае И. заплатит за покупку меньше всего:

- 1) И. купит все три товара сразу.
 - 2) И. купит сначала куртку и жилет, галстук получит за сертификат.
 - 3) И. купит сначала куртку и галстук, получит жилет за сертификат.
- В ответ запишите, сколько рублей заплатит И. за покупку в этом случае.

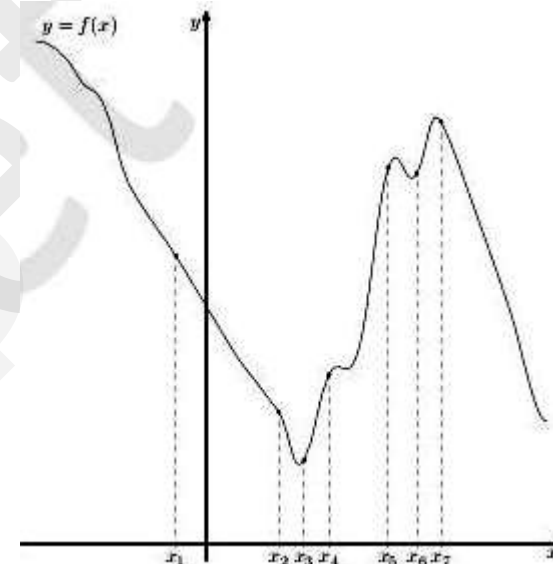
B5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{5}x^2 = 12\frac{4}{5}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

B6 Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

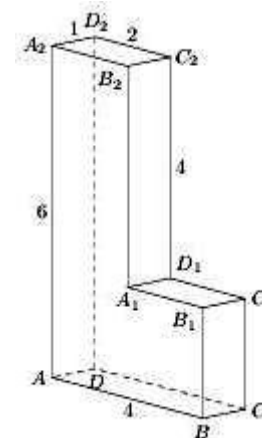


B7 Найдите значение выражения $\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{9}$

B8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, \dots, x_7$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?

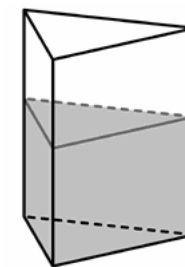


B9 Найдите квадрат расстояния между вершинами A и B_1 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



B10 Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 64 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Социология», нужно набрать не менее 64 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент Б. получит не менее 64 баллов по математике, равна 0,5, по русскому языку — 0,9, по иностранному языку — 0,8 и по обществознанию — 0,9. Найдите вероятность того, что Б. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей.

B11 В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 18 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 3 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.



B12 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{50}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

B13 Игорь и Паша красят забор за 35 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 40 часов, а Володя и Игорь — за 56 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

B14 Найдите наибольшее значение функции $12 \sin x - 6\sqrt{3}x + \sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $2 \cos 2x - 1 = (2 \cos 2x + 1) \operatorname{tg} x$

б) Найдите все корни на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

C2 В правильный тетраэдр ABCD вписан шар. Из точки D на грань ABC тетраэдра опущена высота DE. Точка P является серединой отрезка DE. Через точку P проведена плоскость, перпендикулярно к DE. Из всех точек, которые принадлежат одновременно шару и проведенной плоскости, взята точка O, являющаяся ближайшей к точке A. Найти расстояние от точки O до грани ABD, если объем шара равен 1.

C3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} |x-1| + |x+2| \leq 3 \\ (x^2 + 3x)(2x+3) - 16 \cdot \frac{2x+3}{x^2+3x} \geq 0 \end{cases}$$

C4 Две окружности касаются друг друга внешним образом в точке A. Прямая, проходящая через точку A, пересекает первую окружность в точке B, а вторую — в точке C. Касательная к первой окружности, проходящая через точку B, пересекает вторую окружность в точках D и E (D лежит между B и E). Известно, что AB=5, AC=4. Точка O — центр окружности, касающейся отрезка AD и продолжений отрезков ED и EA за точки D и A соответственно.

а) Докажите, что AO=AC/2.

б) Найдите длину отрезка CE.

C5 Найти все целые значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$5 - 4 \sin^2 x - 8 \cos^2 \frac{x}{2} = 2a \text{ имеет решения.}$$

C6 Перемножаются все выражения вида $\pm 1^{\frac{1}{2}} \pm 2^{\frac{1}{2}} \pm \dots \pm 99^{\frac{1}{2}} \pm 100^{\frac{1}{2}}$ (при всевозможных комбинациях знаков).

а) Может ли результат являться целым числом?

б) Может ли результат являться квадратом целого числа?