

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2019 года

Вариант МА1910209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Приглашаем вас принять участие в диагностической работе по математике!

Помочь выбрать уровень экзамена по математике и спланировать свою подготовку Вам поможет диагностическая работа, которую для Вас подготовили Центр педагогического мастерства, Московский центр непрерывного математического образования и Яндекс.Репетитор. Работа будет доступна начиная с 24 декабря по адресу tutor.yandex.ru/tutor. Напоминаем, что, каждый выпускник школы должен выбрать ровно один уровень экзамена по математике (базовый или профильный).

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

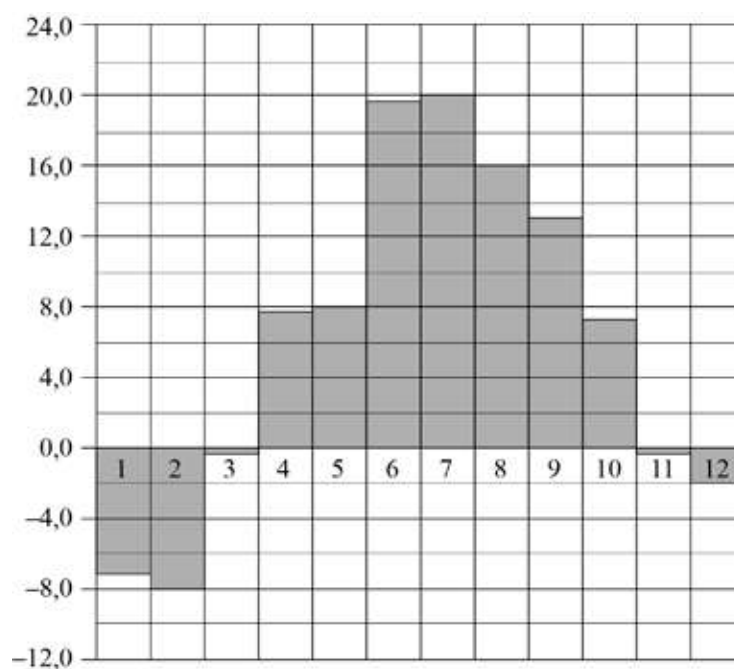
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 2 раза в день в течение 15 дней. В одной упаковке 6 таблеток лекарства по 0,25 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

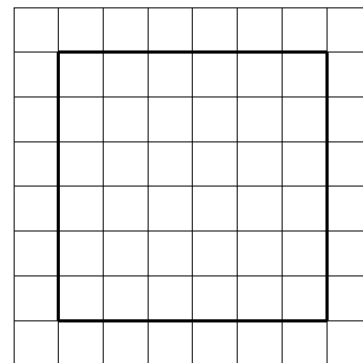
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 1999 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки $1'1$ изображён квадрат. Найдите радиус вписанной в него окружности.



Ответ: _____.

- 4 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Ответ: _____.

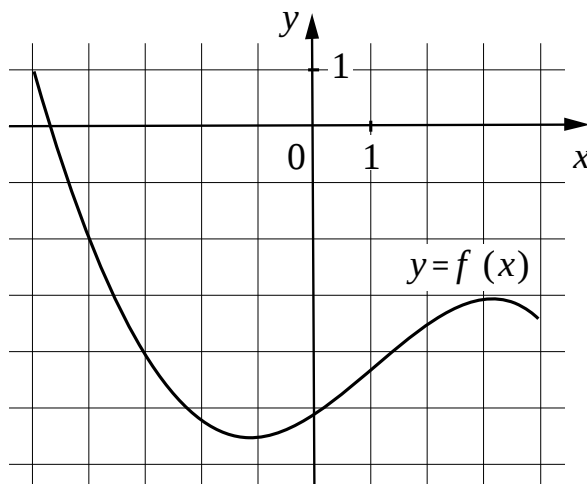
- 5 Найдите корень уравнения $16^{x-14} = \frac{1}{4}$.

Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 36$, $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{65}}{4}$. Найдите AC .

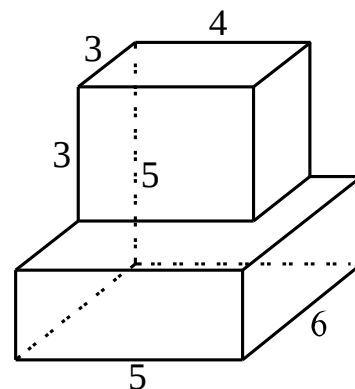
Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 6 - 2x$ или совпадает с ней.



ОТВЕТ: _____.

8 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



ОТВЕТ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\sqrt{6\frac{3}{7}} - \sqrt{2\frac{6}{7}} \cdot \sqrt{\frac{5}{63}}$.

Ответ: _____.

10

Камнемётательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{600} \text{ м}^{-1}$, $b = \frac{4}{15}$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

Ответ: _____.

11

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5 % меди, второй — 14 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 5 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = (x + 11)^2 e^{3-x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $(\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x - \sqrt{2})\sqrt{-6 \sin x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$.

14 Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 9. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL:LD = 7:2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобедренная трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

15 Решите неравенство $\frac{3}{x^2 + 13x + 40} \geq \frac{1}{x^2 + 15x + 56}$.

16 В треугольнике ABC проведена биссектриса BK .

а) Докажите, что $\frac{AK}{AB} = \frac{CK}{BC}$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 13$, $BC = 7$ и $BK = \frac{7\sqrt{13}}{4}$.

17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 21 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(2y - x)a = 1 + 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 + 4(x - y)a = 4 + 4a - 7a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Известно, что a , b , c , d , e и f — это числа 2, 3, 4, 5, 6 и 9, расставленные без повторений в некотором, возможно ином, порядке.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{29}{4}$?

б) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{451}{90}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$?

Тренировочная работа №2 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2019 года

Вариант МА1910210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Приглашаем вас принять участие в диагностической работе по математике!

Помочь выбрать уровень экзамена по математике и спланировать свою подготовку Вам поможет диагностическая работа, которую для Вас подготовили Центр педагогического мастерства, Московский центр непрерывного математического образования и Яндекс.Репетитор. Работа будет доступна начиная с 24 декабря по адресу tutor.yandex.ru/tutor. Напоминаем, что, каждый выпускник школы должен выбрать ровно один уровень экзамена по математике (базовый или профильный).

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

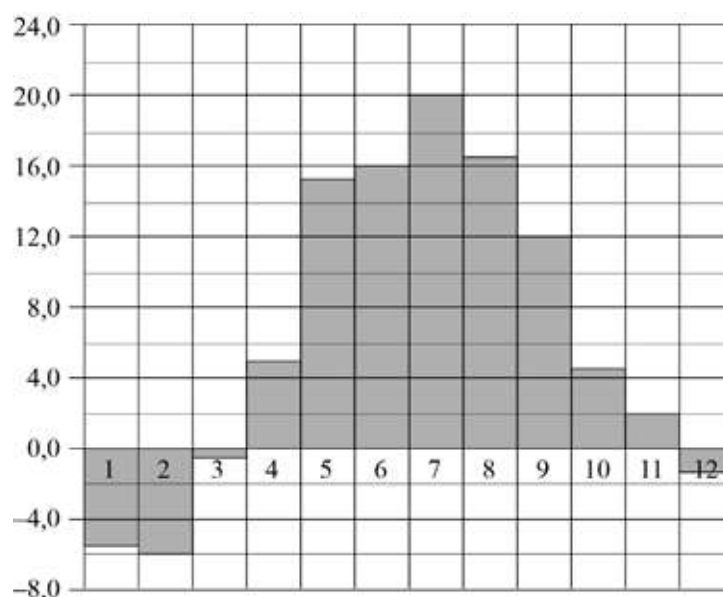
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 2 раза в день в течение 20 дней. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

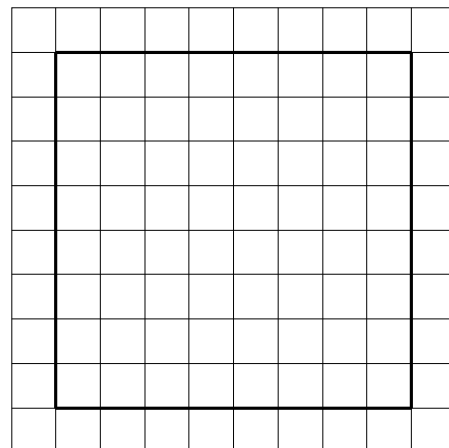
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной температурой в 2003 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён квадрат. Найдите радиус вписанной в него окружности.



Ответ: _____.

- 4 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 5 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 4 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $4^{x-15} = \frac{1}{2}$.

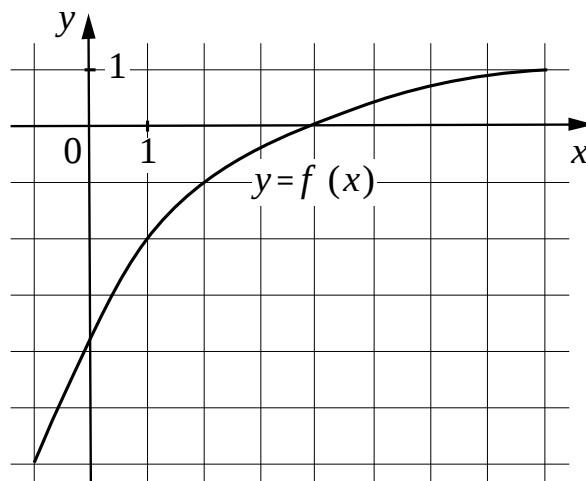
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 28$, $\operatorname{tg} A = \frac{2\sqrt{10}}{3}$. Найдите AC .

Ответ: _____.

7

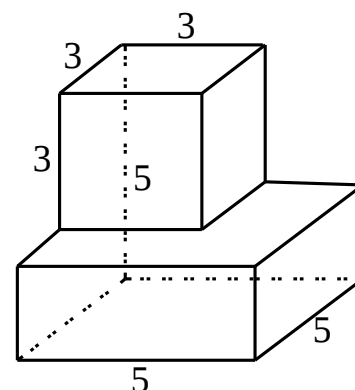
На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 6 - 2x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

8

Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Часть 2**9**

Найдите значение выражения $\sqrt[3]{62\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{22\frac{1}{2}} + \sqrt[3]{\frac{5}{8}}$.

Ответ: _____.

10

Камнемётательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$, $b = \frac{4}{5}$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 6 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

Ответ: _____.

11

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5 % меди, второй — 14 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 7 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10 % меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

12

Найдите точку максимума функции $y = (x - 14)^2 e^{26-x}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $(2 \cos^2 x + \sin x - 2) \sqrt{5 \operatorname{tg} x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{\pi}{8}; \frac{5\pi}{2}]$.

14 Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 18. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL : LD = 7 : 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобедренная трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

15 Решите неравенство $\frac{3}{x^2 - 30x + 216} \geq \frac{1}{x^2 - 34x + 288}$.

16 В треугольнике ABC проведена биссектриса BK .

а) Докажите, что $\frac{AK}{AB} = \frac{CK}{BC}$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 15$, $BC = 13$ и $BK = \frac{15\sqrt{13}}{4}$.

17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 11 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2(2y - x)a = 1 - 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 - 4(x - y)a = 4 - 4a - 7a^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Известно, что a, b, c, d, e и f — это числа 2, 3, 4, 5, 6 и 8, расставленные без повторений в некотором, возможно ином, порядке.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{13}{2}$?

б) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{481}{120}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$?