

1) Дано множество дробей:

$$A = \left\{ \frac{3}{7}; \frac{5}{12}; \frac{17}{20}; \frac{5}{9}; \frac{9}{40}; \frac{10}{11}; \frac{9}{82}; \frac{1}{54} \right\}.$$

Выделите подмножества дробей, которые могут быть записаны в виде:

а) конечных десятичных дробей;

б) чистых периодических дробей (укажите число цифр в периоде).

а)

Подмножество дробей, которые могут быть записаны в виде конечных десятичных дробей:

$$\left\{ \frac{17}{20}; \frac{9}{40} \right\} \subset A$$

• Каноническое разложение числа 20:

$20 = 2^2 \cdot 5$, значит дробь $\frac{17}{20}$ можно записать в виде конечной десятичной дроби с двумя

десятичными знаками, т.к. наибольший показатель у 2 и 5 в каноническом разложении числа 20 равен 2.

$$\frac{17}{20} = \frac{17 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{85}{100} = 0,85$$

• Каноническое разложение числа 40:

$40 = 2^3 \cdot 5$, значит дробь $\frac{9}{40}$ можно записать в виде конечной десятичной дроби с двумя

десятичными знаками, т.к. наибольший показатель у 2 и 5 в каноническом разложении числа 40 равен 3.

$$\frac{9}{40} = \frac{9 \cdot 25}{40 \cdot 25} = \frac{225}{1000} = 0,225$$

б)

Подмножество дробей, которые могут быть записаны в виде чистых периодических дробей:

$$\left\{ \frac{3}{7}; \frac{5}{9}; \frac{10}{11} \right\} \subset A$$

(чистая периодическая дробь не содержит предпериода)

• Знаменатель дроби $\frac{3}{7}$ взаимно прост с числом 10 значит, эту дробь можно записать в виде чистой периодической десятичной дроби.

Чтобы узнать количество цифр в периоде, нужно найти наименьшее натуральное число n такое, что разность $(10^n - 1)$ кратна 7. При $n = 6$ разность $(10^n - 1)$ кратна 7, следовательно в периоде бесконечной десятичной периодической дроби будет 6 цифр:

$$\frac{3}{7} = 0,(428571)$$

• Каноническое разложение числа $12 = 2^2 \cdot 3$, значит, число $\frac{5}{12}$ можно записать в виде смешанной периодической десятичной дроби.

В предпериоде будут две цифры, т.к. наибольший показатель у 2 и 5 в каноническом разложении числа 12 равен 2. В периоде будет одна цифра, т.к. наименьшее натуральное число n , при котором разность $(10^n - 1)$ кратна 3, равно 1:

$$\frac{5}{12} = 0,41(6)$$

- Знаменатель дроби $\frac{5}{9}$ взаимно прост с числом 10 значит, эту дробь можно записать в виде чистой

периодической десятичной дроби.

Чтобы узнать количество цифр в периоде, нужно найти наименьшее натуральное число n такое, что разность $(10^n - 1)$ кратна 9. При $n = 1$ разность $(10^1 - 1)$ кратна 9, следовательно в периоде бесконечной десятичной периодической дроби будет 1 цифра:

$$\frac{5}{9} = 0,(\overline{5})$$

- Знаменатель дроби $\frac{10}{11}$ взаимно прост с числом 10 значит, эту дробь можно записать в виде чистой

периодической десятичной дроби.

Чтобы узнать количество цифр в периоде, нужно найти наименьшее натуральное число n такое, что разность $(10^n - 1)$ кратна 11. При $n = 2$ разность $(10^2 - 1)$ кратна 11, следовательно в периоде бесконечной десятичной периодической дроби будут 2 цифры:

$$\frac{10}{11} = 0,(\overline{90})$$

- Каноническое разложение числа $82 = 2 \cdot 41$, значит, число $\frac{9}{82}$ можно записать в виде смешанной

периодической десятичной дроби.

В предпериоде будет одна цифра, т.к. наибольший показатель у 2 и 5 в каноническом разложении числа 82 равен 1. В периоде будут две цифры, т.к. наименьшее натуральное число n , при котором разность $(10^n - 1)$ кратна 41, равно 5:

$$\frac{9}{82} = 0,1(\overline{09756})$$

- Каноническое разложение числа $54 = 2 \cdot 3^3$, значит, число $\frac{1}{54}$ можно записать в виде смешанной

периодической десятичной дроби.

В предпериоде будет одна цифра, т.к. наибольший показатель у 2 и 5 в каноническом разложении числа 54 равен 1. В периоде будут три цифры, т.к. наименьшее натуральное число n , при котором разность $(10^n - 1)$ кратна 54, равно 3:

$$\frac{1}{54} = 0,0(\overline{185})$$

Взаимно простые числа - целые числа, которые не имеют никаких общих делителей, кроме ± 1 .