

1) Для булевой функции

$$f(x, y, z) = (z \rightarrow x) \rightarrow (\overline{y \vee z} \rightarrow x)$$

найти методом преобразования минимальную ДНФ.

По таблице истинности построить СКНФ.

По минимальной ДНФ построить релейно-контактную схему.

- Дизъюнкция $A \vee B$ обозначается также $A + B$.

$$A \vee B = (A \rightarrow B) \rightarrow B = A \wedge B \oplus B \oplus A$$

- Конъюнкцию $A \wedge B$ называют также логическим умножением.

Конъюнкция обозначается также $A \cdot B$ или $A \& B$. Иногда, подобно аналогичному знаку арифметического умножения, знак действия в записи опускают: AB .

- Импликацию $A \rightarrow B$ называют также следствием.

Импликация обозначается также $A \Rightarrow B$ или $A \supset B$.

$$A \rightarrow B = \overline{A} \vee B = \overline{A \wedge \overline{B}}$$

- Эквиваленцию $A \leftrightarrow B$ двух высказываний называют также равнозначностью, равносильностью, тождественностью.

Эквиваленция обозначается также $A = B$ или $A \sim B$ или $A \Leftrightarrow B$.

$$A \sim B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A) = A \cdot B \vee \overline{A} \cdot \overline{B}$$

- Неравнозначность $A \oplus B$ называют также суммой по модулю 2, суммой Жегалкина, прямой суммой, строгой дизъюнкцией.

$$A \oplus B = A \cdot \overline{B} \vee \overline{A} \cdot B$$

- Иерархия булевых функций:

действия в скобках,
отрицание,
конъюнкция,
дизъюнкция,
неравнозначность,
эквиваленция,
импликация

(операции, стоящие на одном уровне, при отсутствии скобок выполняются в порядке их появления в записи формулы слева направо).

- Используя свойства логических операций, методом преобразований получим минимальную ДНФ:

$$\begin{aligned} & (z \rightarrow x) \rightarrow (\overline{y \vee z} \rightarrow x) = \\ & = (\overline{z} \vee x) \rightarrow (\overline{y \vee z} \rightarrow x) = \\ & = (\overline{z} \vee x) \vee (\overline{y \vee z} \rightarrow x) = \\ & = (\overline{z} \vee x) \vee (y \vee z \vee x) = \\ & = (\overline{z} \vee x) \vee y \vee z \vee x = [\text{правило де Моргана, коммутативность дизъюнкции}] = \\ & = (z \wedge \overline{x}) \vee z \vee y \vee x = [\text{поглощение}] = \\ & = z \vee y \vee x = [\text{коммутативность дизъюнкции}] = \\ & = x \vee y \vee z \end{aligned}$$

В процессе преобразований применили следующие свойства булевых операций:
правило де Моргана

$$\overline{x \wedge y} = \bar{x} \vee \bar{y}$$

$$\overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y}$$

закон поглощения

$$x \vee (x \wedge y) = x$$

$$x \vee (\bar{x} \wedge y) = x \vee y$$

соотношение эквивалентности для импликации

$$x \rightarrow y = \bar{x} \vee y$$

► Составим таблицу истинности для данной функции.

Таблица функции $f(x, y, z)$:

x	y	z	$f(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Построим СКНФ. Располагая таблицей истинности функции, запишем основные дизъюнкции:

x	y	z	$f(x, y, z)$	основные дизъюнкции
0	0	0	0	$x \vee y \vee z$
0	0	1	1	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	1	
1	0	1	1	
1	1	0	1	
1	1	1	1	

Следовательно, СКНФ функции имеет вид:

$$f(x, y, z) = (x \vee y \vee z)$$

(в данной задаче минимальная ДНФ совпадает с СКНФ)

► По минимальной ДНФ построим релейно-контактную схему.

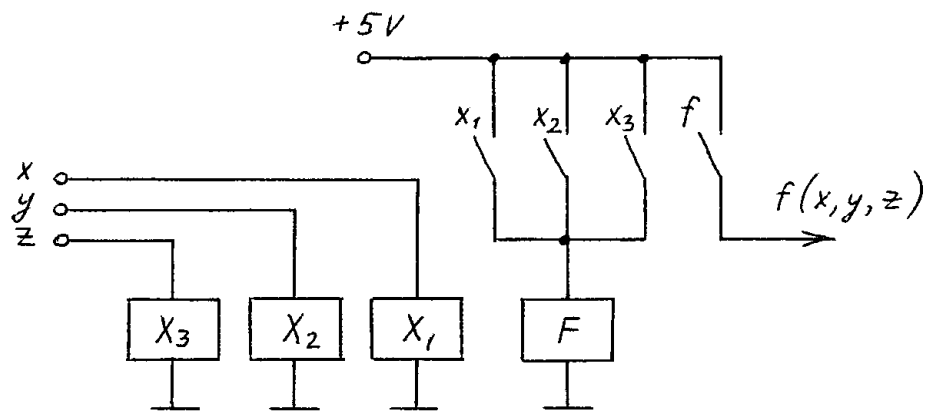
Релейно-контактная схема - это:

- функциональная схема технической реализации на реле переключательной функции (совр.);
- математическая модель электротехнических устройств, состоящих из контактов и промежуточных реле, функционирующих в дискретные моменты времени (уст.).

Ранее получена минимальная ДНФ:

$$f(x, y, z) = x \vee y \vee z$$

Следовательно, релейно-контактная схема имеет вид:



- релейно-контактная схема реализации переключательной функции $f(x, y, z) = x \vee y \vee z$ с релей-повторителями сигналов датчиков.

Литература:

- 1) Спирина М.С., Спирин П.А. "Дискретная математика", 2004;
- 2) Москинова Г.И. "Дискретная математика. Математика для менеджера в примерах и упражнениях", 2004;
- 3) Галушкина Ю.И., Марьямов А.Н. "Конспект лекций по дискретной математике", 2007;
- 4) Аляев Ю.А., Тюрин С.Ф. "Дискретная математика и математическая логика", 2006, стр. 157.