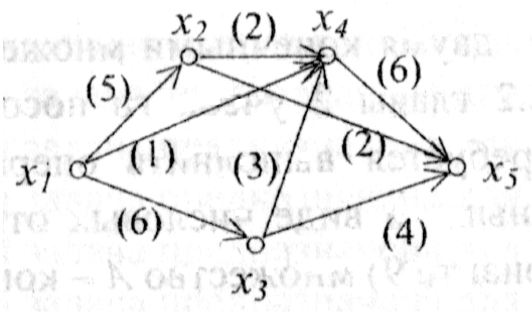
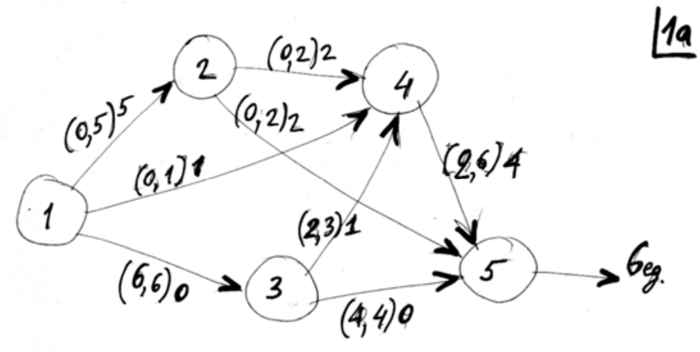
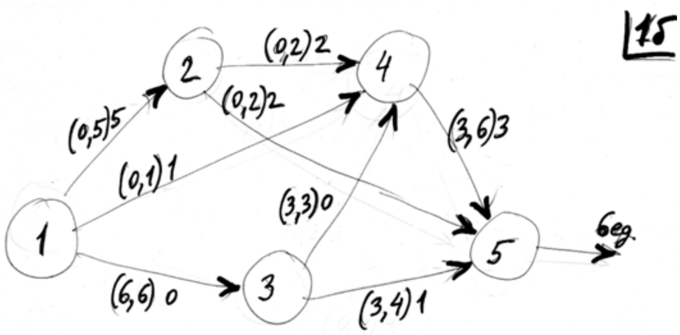
1) Построить полный поток в транспортной сети, приведённой на рисунке (в скобках приведены пропускные способности дуг).



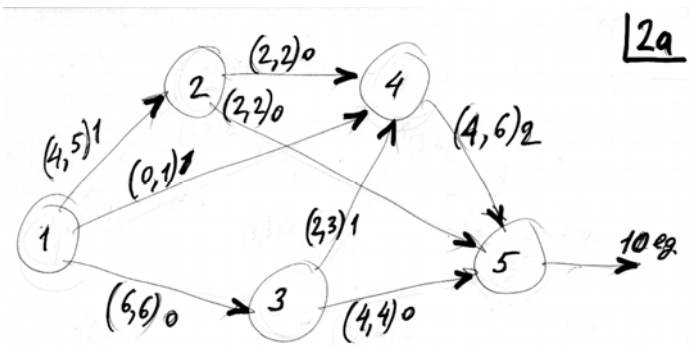
Это задача о максимальном потоке, которая заключается в поиске таких потоков по дугам, что результирующий поток, протекающий из источника x_1 в сток x_5 является максимальным. Задачу о максимальном потоке можно сформулировать как задачу линейного программирования и решить симплекс-методом. Но используем более эффективный метод расстановки пометок (метод Форда- Фалкерсона).

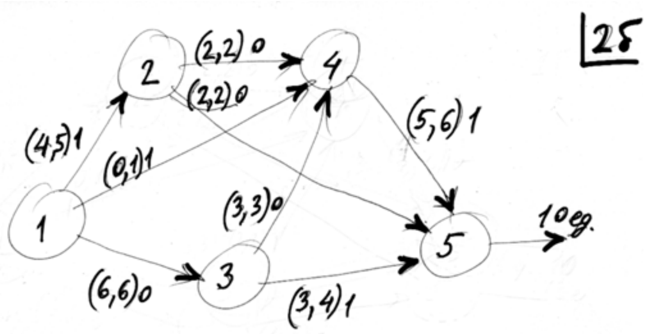
Итерация 1. Каждой дуге приписываем пометку $\left[f_{ij} ; u_{ij} \right]$, где f_{ij} - текущий дуговой поток, u_{ij} - пропускная способность дуги. Из источника x_1 максимальный поток (6) может идти в узел x_3. Из узла x_3 поток распараллелится в узел x_4 (2) и в узел x_5 (4). Или: в узел x_4 (3) и в узел x_5 (3). Часть потока, попавшая в узел x_4, далее идёт в сток x_5.



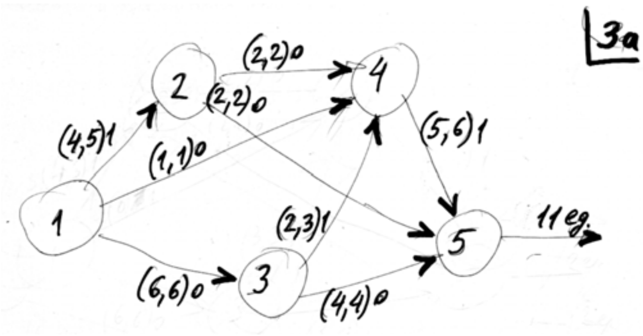


Итерация 2. Теперь рассматриваем остаточные пропускные способности $u_{ij} - f_{ij}$. Из источника x_1 предпочтительнее двигаться в узел x_2.

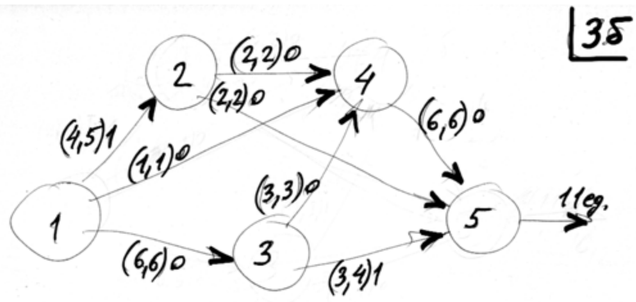




Итерация 3. Из источника x_1 двигаемся в узел x_4 .



Вариант "а" построения полного потока.



Вариант "б" построения полного потока.

Итерация 4. Аугментальный (увеличивающий) поток не может быть найден, т.е. построенные дуговые потоки образуют оптимальное решение. Максимальный поток из источника x_1 в сток x_5 равен 11 ед., причём существуют **два** варианта его построения.

Литература:

1) Долгих Б.А. “Дискретная математика”, учебное пособие ИНФО (Москва), 2002;
2) Грешилов А.А. "Прикладные задачи математического программирования", 2006, стр. 133 (задача о максимальном потоке).